文章编号: 1001- 2486(2009) 06- 0077- 07

高超声速滑翔式飞行器再入轨迹多目标多约束优化*

陈小庆, 侯中喜, 刘建霞
(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 轨迹优化是高超声速滑翔式飞行器关键技术之一。为避免间接法求解轨迹优化问题时对初值敏感以及伪谱法求解轨迹优化问题中难以处理航路点和禁飞区等问题, 提出采用基于 Akima 插值多项式的直接法求解高超声速滑翔式飞行器再入轨迹优化问题。以驻点热流密度最小和到达目标点时间最小为优化目标, 考虑了终端约束、航路点约束、禁飞区约束、动压约束、过载约束等约束条件。仿真结果表明: 采用的插值方法可以减少插值过程中的控制变量越界问题; 得到的 Pareto 前沿具有良好的分布性, 在初步设计时能够给设计者较大的选择余地; 和文献中的单目标优化结果相比, 本文所采用的算法也具有较好的寻优能力。

关键词: 高超声速滑翔式飞行器; 轨迹优化; 多目标优化; Akima 样条插值; 直接法
中图分类号: V412 文献标识码: A

Multi-objective Optimization of Reentry Trajectory for Hypersonic Glide Vehicle with Multi-constraints

CHEN Xiao-qing, HOU Zhong-xi, LIU Jian-xia
(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Trajectory optimization is a key technology of hypersonic glide vehicle. In order to avoid the disadvantage of indirect method's sensitivity to initial guess and pseudospectral method's difficulty to settle path constraints, a direct method based on Akima spline interpolation is proposed to solve reentry trajectory optimization problem. A numerical example that minimizes the stagnation point heat flux and fly time to target while satisfying state constraints such as vehicle dynamics, control limitation, waypoint, no-fly zone, dynamic pressure and overload is presented. Compared with literature results, the results show that the Akima interpolation can decrease the control parameter's bound violation phenomena during interpolation; the Pareto front distributed nicely, providing more choice to designer during concept design stage. Compared with the single object optimize result in literature, the algorithm adopted in this paper also shows better performance.

Key words: hypersonic glide vehicle; trajectory optimization; multi-objective optimization; Akima spline interpolation; direct method

高超声速飞行器是当前研究的热点, 该类飞行器具有良好的气动性能, 能够依靠气动升力实现远距离的非弹道式再入飞行, 由气动力控制轨迹, 突破了常规的弹道式再入模式, 且具有远程快速到达能力。本文主要研究高超声速滑翔式飞行器的再入轨迹优化问题。轨迹优化技术是飞行器设计的关键技术之一, 可为飞行器射程能力、机动能力、弹道特征等方面的性能分析提供支持。

由于高超声速滑翔式再入飞行器的运动方程形式复杂、再入轨迹对控制变量高度敏感且再入过程的非线性约束较强, 其再入轨迹优化问题一直是研究的热点。文献[1] 中将高超声速滑翔式飞行器轨迹优化问题转化成最优控制问题, 通过极大值原理求解了此问题。文献[2- 3] 利用多学科优化设计方法对飞行器再入弹道进行了优化设计。文献[4] 则利用直接配点法求解了再入飞行器三维轨迹最优化问题。文献[5- 7] 利用 Legendre 伪谱法对再入飞行器的轨迹进行了优化。文献[8] 基于总加热量约束下终端速度最大, 对三自由度再入弹道进行了优化。文献[9] 对两自由度跳跃滑翔式弹道进行了优化。在

* 收稿日期: 2009- 04- 14
基金项目: 湖南省创新基金资助项目; 国防科技大学优秀研究生创新基金资助项目(B090101)
作者简介: 陈小庆(1982—), 男, 博士生。

文献[10]中应用极大值原理,基于终端速度最大对三自由度跳跃滑翔弹道进行了优化。文献[11-12]在初始再入条件给定、终端速度和高度有约束的情况下,基于总加热量最小对三自由度跳跃滑翔弹道进行了优化。文献[13]利用高斯伪谱法对通用航空飞行器的再入轨迹进行了优化。

1 轨迹优化问题描述

本文研究的是高超声速飞行器再入段的弹道,飞行器的发动机推力为零,靠气动力来实现对飞行器的控制。

1.1 三自由度再入运动方程

考虑地球为旋转圆球的三自由度再入运动模型,且侧滑角为零。其中位置参数在地心球面固连坐标系中描述,即地心距 r、经度 λ 和纬度 ϕ 三个参数。速度参数由速度大小 V、航迹角 γ 和航向角 χ 确定。由上述参数表示的无动力三自由度再入运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \dfrac{v\cos\gamma\cos\chi}{r}, \quad \dot{\lambda} = \dfrac{v\cos\gamma\sin\chi}{r\cos\phi}, \quad \dot{r} = v\sin\gamma \\ \dot{v} = -\dfrac{D}{m} - g\sin\gamma + \omega^2 r\cos\phi\left(\sin\gamma\cos\phi - \sin\phi\cos\gamma\cos\chi\right) \\ \dot{\gamma} = \dfrac{1}{V}\left[\dfrac{L\cos\mu}{m} + \left(\dfrac{V^2}{r} - g\right)\cos\gamma + 2\omega V\cos\phi\sin\chi + \omega^2 r\cos\phi\left(\cos\phi\cos\gamma + \sin\phi\cos\chi\sin\gamma\right)\right] \\ \dot{\chi} = \dfrac{L\sin\mu}{mV\cos\gamma} + \dfrac{V}{r}\cos\gamma\sin\chi\tan\phi + \dfrac{\omega^2 r}{V\cos\gamma}\cos\phi\sin\phi\sin\chi - 2\omega\left(\cos\phi\tan\gamma\cos\chi - \sin\phi\right) \end{cases}$$

其中,ω, g, ν, L, D 分别为地球自转角速度、地球引力、侧倾角、升力和阻力;升力和阻力为攻角 α 的函数。

1.2 约束条件

1.2.1 终端条件约束

到达指定点的终端状态约束为包括经纬度、地心距的终端位置约束。若飞行器作为对地打击武器平台,根据需要,还可对终端航迹角和速度有要求。本文主要考虑终端位置约束。

1.2.2 过程约束

过程约束主要考虑以下几种约束:航路点约束,禁飞区约束,动压约束,热流密度约束和过载约束。这里着重介绍航路点约束和禁飞区约束的模型和处理方法。

(1)航路点约束

本文中的航路点指设计的弹道必须从该点上方经过,以满足观测或校正等要求。为便于优化时处理,认为弹道在水平面的投影到该点的最短距离小于一临界值时即满足约束:设 $\boldsymbol{r}_{\text{waypoint}}$ 表示航路点的矢量,$\boldsymbol{r}_{\text{trajectory}}$ 表示弹道上任一点的矢量,则

$$\min\left|\boldsymbol{r}_{\text{waypoint}} - \boldsymbol{r}_{\text{trajectory}}\right| < \varepsilon$$

其中,ε 按设计要求的精度选取。仿真结果表明,ε 越小,优化结果精度越高,但优化收敛速度越慢。

(2)禁飞区约束

禁飞区指设计的弹道不能从其上方经过的区域,本文采用无限长圆柱模型,所设计的弹道和该圆柱不能相交:设 $\boldsymbol{r}_{\text{noflyzone}}$ 表示禁飞区圆心矢量,R 表示禁飞区半径,$\boldsymbol{r}_{\text{trajectory}}$ 表示弹道上任一点的矢量,则

$$\min\left|\boldsymbol{r}_{\text{trajectory}} - \boldsymbol{r}_{\text{noflyzone}}\right| > R$$

1.3 优化目标

按照设计要求可选择不同的优化目标。对高超声速再入飞行器而言,防热问题是飞行器系统设计的难点之一。再入轨迹优化的一个重要目标就是减小气动加热,降低防热系统的质量,增加有效载荷比。可以选择驻点热流密度最小或选择总加热量最小作为优化性能指标。对于武器系统而言,再入点和目标点确定后,飞行时间是一个重要指标,所以也可选取到达目的地飞行时间最短作为优化性能指

标。

弹道优化设计的目标是根据给定的性能指标的要求, 在一定约束条件下寻找最优的控制量, 即攻角、侧滑角。本文同时选取驻点热流密度最小和飞行时间最短为优化性能指标。

2 优化方法

从再入运动方程可以看出, 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化问题有如下特点[13]:

(1) 运动方程形式复杂, 控制变量隐含于运动方程。

(2) 再入轨迹对气动力控制变量较敏感。

(3) 再入飞行过程中受航路点、禁飞区、热流密度、动压、过载的严格约束, 再入轨迹的可行域限制在较为狭窄的范围内。

上述特点决定了高超声速再入飞行器轨迹优化问题求解难度, 为此必须选择和发展一种行之有效的方法。目前大多数轨迹优化的数值方法都可以归结为间接法和直接法两种基本类型。

间接法基于 Pontryagin 极小值原理将最优控制问题最终转换为两点边值问题, 但该问题求解过程中存在对共轭变量初值高度敏感且难以估计的问题。从已有的文献看, 采用该方法一般都对控制方程进行了一定程度的简化。此外, 对于有路径约束的最优控制问题, 采用间接法存在一定困难。

2.1 伪谱方法

近年来, 一类离散控制变量和状态变量的伪谱方法(Pseudospectral Method) 备受关注。伪谱方法利用全局插值多项式的有限基在一系列离散点上近似状态变量和控制变量, 而不是采用分段多项式。从插值多项式的角度, 伪谱法被称为全局方法, 而用分段多项式近似的方法称为局部方法。通过利用插值多项式拟合状态变量和控制变量, 伪谱法将动力学微分方程约束转化成一组代数约束, 将轨迹优化问题最终转化为非线性规划问题, 但该非线性规划问题存在多个等式约束、等式约束的个数与设计变量相当的问题。

本文认为, 伪谱法对于一般的最优控制问题是一个较好的解决方法, 但对于高超声速再入滑翔轨迹优化问题而言, 具有一定的局限性。

首先, 由于伪谱法采用全局插值多项式(Lagrange 插值多项式) 来逼近状态变量, 就认为其逼近精度比一般的分段多项式逼近的精度高, 这一观点对于高超声速滑翔式飞行器轨迹优化问题有失偏颇。对高超声速滑翔式飞行器轨迹优化问题而言, 不存在解析解, 对于给定的控制率只能通过数值方法求解对应的动力学方程组来获得对应的飞行轨迹, 一般常用的 Runge-Kutta 方法的精度为 4 阶, 而伪谱方法采用的配点数都在 10 以上, 虽然可以获得数学意义上的 10 次以上的多项式逼近, 但逼近效果不理想。

图 1 为对于确定了初始状态和控制变量后获得的数值解以及利用配点方法在求解区间内的“配点”处的数值解进行 Lagrange 多项式逼近的比较。左图为高度—时间曲线的拟合结果比较, 右图为热流密度—时间曲线的结果比较, 可以看出, 对热流密度利用多项式逼近时, 在初始阶段还出现了负值。当以驻点处总加热量为优化目标时, 需要对驻点热流密度进行时间积分获得。对于本弹道而言, 利用数值方法获得的总加热量为 $1.24\times10^{10}\mathrm{W/m^2}$, 利用伪谱法拟合的结果为: 10 阶结果为 $1.1\times10^{10}\mathrm{W/m^2}$, 20 阶结果为 $1.36\times10^{10}\mathrm{W/m^2}$, 40 阶结果则为 $1.27\times10^{10}\mathrm{W/m^2}$。可以看出, 若利用伪谱法进行优化, 势必和真实解有较大差别。

伪谱法不适合于再入轨迹优化的另一个原因是难以处理路径约束。伪谱法可以保证在配点处满足禁飞区等约束, 但其高次插值多项式不能保证在整个飞行区间内满足禁飞区约束。而对于航路点约束, 伪谱法同样难以处理, 因为很难保证飞行器在离散时间点经过航路点, 实际上这是很困难的, 一个可能的方法是利用几何分析法将问题分解为几个子问题[14], 利用伪谱法对其串行求解, 但这要求对所优化问题有充分的了解, 并且额外增加了相当大的计算量。

2.2 基于 Akima 样条插值的直接法

直接法无需求解最优性必要条件, 而是将连续最优控制问题离散并参数化, 将问题转化为非线性规

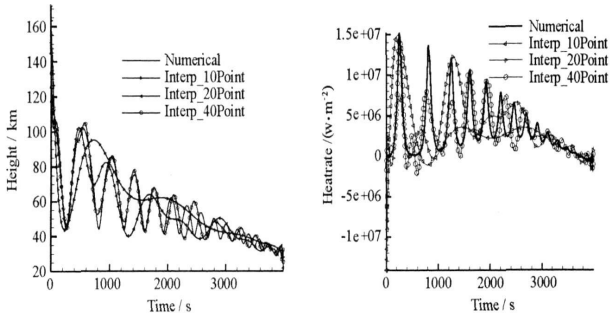


图 1 数值解和高斯点插值结果比较

Fig. 1 Comparison between numerical results and global interpolation

划(NLP)问题,直接应用数值方法对性能指标寻优。本文采用直接法中只离散控制变量的直接打靶法进行轨迹优化,状态变量通过积分动力学方程获得,进而获得性能指标,将最优控制问题转变为非线性规划问题。

选取 Akima 样条函数对控制变量进行插值计算。Akima 样条插值采用三次多项式,边界点的一阶导数通过 Akima 几何条件获得,和传统的样条插值相比,可以有效地避免插值越界的现象[15],因为该算法最初就是为了解决传统样条插值结果在处理地球物理数据时的越界现象而提出的。

2.3 优化算法

优化算法采用经过改进的多目标进化算法[16]。该进化算法的进化操作采用差分进化算法(DE),其本质是一种基于实数编码的具有保优思想的贪婪遗传算法,但其操作较简单,降低了遗传操作的复杂性。同时,DE 特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况,以调整其搜索策略,具有较强的全局收敛能力和鲁棒性,且不需要借助问题的特征信息,适于求解一些利用常规的数学规划方法无法求解的复杂环境中的优化问题。

采用罚函数处理优化过程中的约束:对不满足约束要求个体的,利用罚函数对适应度进行调整。比如对于航路点约束的处理如下式所示,其中 $F(X)$ 为性能指标,$P(X)$ 为罚函数。

$$F(X)=\begin{cases} F(X), & \min|\boldsymbol{r}_{\text{waypoint}}-\boldsymbol{r}_{\text{trajectory}}|<\varepsilon \\ F(X)P(X), & otherwise \end{cases}$$

2.4 数值验证

本算例为 Bang-Bang 控制问题[17],为终端自由有约束最优控制问题,运用极大值原理可以求其最优解为 $t_f=7.6904$,数学模型及控制率为:

数学模型

$$J=\min t_f$$

$$\text{s.t. } \dot{x}_1(t)=x_2(t),\quad x_1(0)=1,\ x_1(t_f)=0$$

$$\dot{x}_2(t)=u(t),\quad x_2(0)=3,\ x_2(t_f)=0\quad |u(t)|\leqslant u_{\max}=1$$

最优控制律

$$u(t)=\begin{cases} -1, & t\leqslant 5.3452 \\ 1, & t>5.3452 \end{cases}$$

分别利用高斯伪谱法(GPM)以及基于 Akima 样条插值的直接法(Akima)对这一问题进行了求解。各方法中的插值点数均选为 20,其中高斯伪谱方法中离散后得到的 NLP 问题采用非线性求解器 SNOPT 进行求解。高斯伪谱法得到的时间为 7.71s,本文提出的方法结果为 7.70s。优化得到的控制率如图 2 所示。如果只看优化结果在离散点上的取值,高斯伪谱法在离散点上也收敛到最优解,但由于采用高次插值,高斯伪谱法产生了龙格现象。而一般的文献[17-18]利用其做算例时,只给出离散点上的值,并且用线段将其连接起来,这样容易产生误解,认为这样得到的结果在全区间内都满足控制约束。

3 优化计算结果分析

3.1 参数设置

以远程高超声速滑翔式再入飞行器为仿真对象, 气动参数采用2003 年公布的 CAV- H 气动参数[19]拟合得到。大气模型采用拟合法得出的从海平面到 91km 范围内的标准大气参数分段计算公式[20], 运用该公式计算的参数值与原表之值的相对误差小于三万分之一, 高于 91km 的部分则由大气参数表线性插值获得。飞行器任务描述(初始状态、目标点位置和航路点、禁飞区等) 如表 1 所示。

表 1 任务描述

Tab. 1 Mission description

约束	经度	纬度	半径
初始点	W80.6°	N28.6°	
航路点 1	W27.3°	N34.0°	
禁飞区 1	W3.45°	N20.25°	1778km
航路点 2	E41.7°	N33.2°	
禁飞区 2	E58.55°	N55.7°	2778km
目标点	E65.7°	N31.6°	

h_0 = 122km, V_0 = 7315.2m/s, γ_0 = 1.5°, χ_0 = 86°

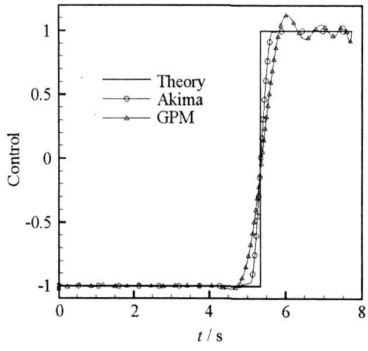


图 2 优化控制率

Fig. 2 Optimized control law

选取无量纲升力系数 cl 和倾侧角 ν 作为控制变量, 其中 cl 的变化范围为[0, 2], d = 1 时升阻比取最大值, 为 3.25; 倾侧角 ν 变化范围为[- 60°, 60°] 。

选取的第一个优化指标为飞行时间。由于热流密度除了与来流参数相关外, 还与外形的钝化曲率半径相关, 在没有参照的条件下本文选取最大驻点热流密度最小作为优化的另一个指标。

3.2 优化结果分析比较

文献[14] 优化得到的最短时间为 2719s。采用本文方法优化得到的 Pareto 前沿如图 3 所示。从结果可以看出, 飞行时间和驻点热流密度之间相互矛盾, 飞行时间较短时其对应的驻点热流密度较大。优化结果中最短时间为 2705s, 对应的驻点热流密度为 1.378×10^7 W/m^2, 最长时间为 2820s, 对应的驻点热流密度为 1.055×10^7 W/m^2。本文得到的结果具有良好的分布性, 在初步设计时能够给设计者较大的选择余地。

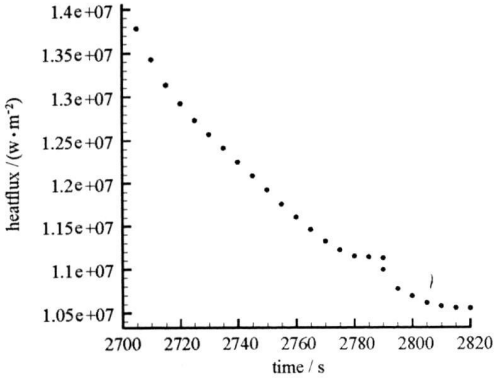


图 3 优化 Pareto 前沿

Fig. 3 Optimized Pareto front

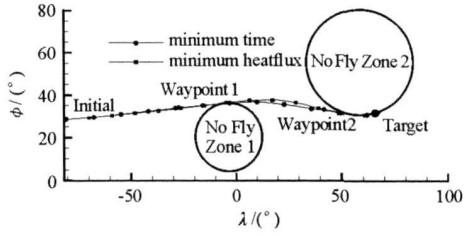


图 4 飞行轨迹地面投影

Fig. 4 Trajectory's projection on ground

图4 为所得解集中最短时间和驻点热流密度最小对应的再入轨迹在地面的投影, 可以看出, 两条轨迹的投影基本重合, 先后经过第一个航路点, 从第一个禁飞区的切线飞过, 经过第二个航路点再切线经过第二个禁飞区直至抵达目标点。二者的不同主要是不同地点的高度不同, 如图 5(a) 所示。

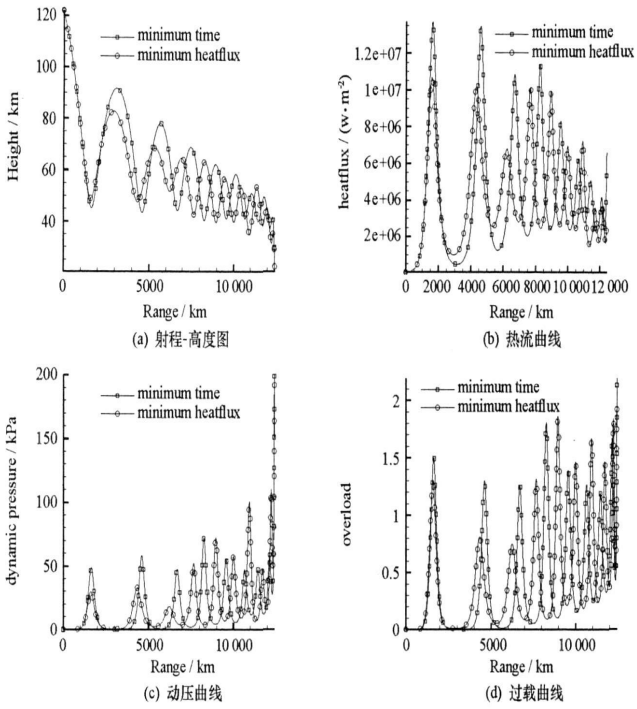


图 5 优化结果

Fig. 5 Optimized results

从图 5 可以看出, 最短时间对应的飞行轨迹的每个跳跃周期中飞行的距离要大于驻点热流密度最小飞行轨迹中每个跳跃周期对应的距离, 最短时间飞行轨迹中飞行器共经历了 8 个跳跃周期, 而驻点热流密度最小飞行轨迹经历了 9 个跳跃周期; 多经历了一个跳跃周期, 虽然射程一样大, 但飞行器所经历的距离较多, 气动阻力做功较多, 对应的飞行器末速度较小, 飞行器平均速度较小, 对应的飞行时间较长。

可以看出, 飞行时间较小的轨迹在飞行初始阶段的最低点较低, 对应的过载、动压和热流相对较大。但二者对应的动压和过载很好地满足了设计约束。

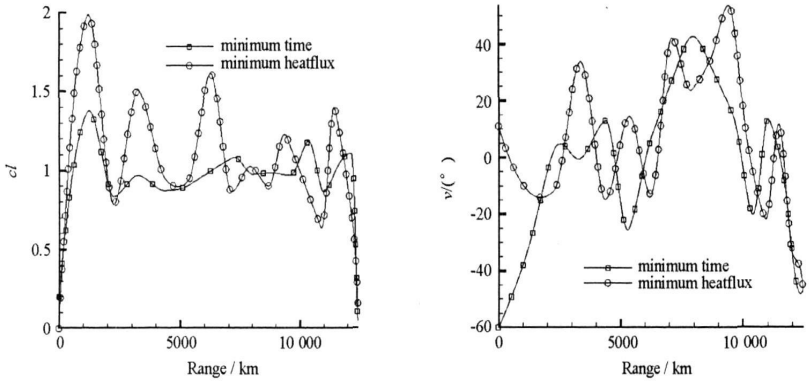


图 6 控制变量变化曲线

Fig. 6 Control law of optimized results

图 6 为对应的控制变量的变化曲线。可以看出, 对应的控制变量严格限制在约束范围之内, 验证了本文所采用的 Akima 样条插值方法的效果。从无量纲升力系数变化曲线可以看出, 最短飞行时间对应的飞行过程中, 在中间一大段都以接近最大升阻比的状态飞行, 这表明射程相同时, 最大升组比飞行对应的飞行时间较少, 这间接验证了文献[21] 中的结论: 飞行条件相同时, 最大升阻比滑翔飞行是射程最

大的最佳控制方式。而驻点热流密度最小的飞行轨迹中, 为了控制飞行轨迹每个跳跃周期中的最低高度, 其升阻比变化规律不明显, 和飞行时间最小轨迹相比, 其变化较剧烈。

4 结 论

本文主要应用了直接优化方法中的直接打靶法将再入最优轨迹控制问题转化为非线性规划问题。该方法将动态优化问题转化为静态参数优化问题, 从而避免了传统间接优化方法对变量初始猜测值较敏感等缺点。利用 Akima 样条插值方法对离散的控制变量进行全区间的插值, 对动力学方程进行积分运算, 从而获得性能指标。仿真结果表明, 该插值方法可以减少插值过程中的控制变量越界问题。最后利用多目标优化算法对非线性规划问题进行了以最短时间和驻点热流最小的多目标的求解。研究表明: 利用本文所提出的优化策略对再入轨迹进行优化, 不但对变量初始猜测不敏感, 寻优能力较强, 且能够处理禁飞区、航路点等传统方法难以处理的约束, 编程易于实现, 能够提供较多的设计选择。

参 考 文 献:

[1] 周浩, 周韬, 陈万春, 等. 高超声速滑翔飞行器引入段弹道优化 [J]. 宇航学报, 2006, 27(5): 970- 973.

[2] 周浩, 陈万春, 殷兴良. 高超声速飞行器多段弹道优化设计 [J]. 宇航学报, 2008, 29(4): 1205- 1209.

[3] 陈刚, 胡莹, 徐敏, 等. 基于 NSGA-II 算法的 RLV 多目标再入轨迹优化设计 [J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(2): 133- 137.

[4] 涂良辉, 袁建平, 岳晓奎, 等. 基于直接配点法的再入轨迹优化设计 [J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(5): 653- 656.

[5] Rao A V, Clarke K A. Performance Optimization of a Maneuvering Re-entry Vehicle Using a Legendre Pseudospectral Method [R]. AIAA 2002- 4885, 2002.

[6] Clarke K A. Performance Optimization Study of a Cormon Aero Vehicle Using a Legendre Pseudospectral Method [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2003.

[7] Bollino K P. High-fidelity Real-time Trajectory Optimization for Reusable Launch Vehicles [D]. California: Naval Postgraduate School, 2006.

[8] Istratie V. Optimal Skip Entry with Terminal Maximum Velocity and Heat Constraint [R]. AIAA- 98- 2457, 1998.

[9] Istratie V. Optimal Skip Entry Into Atmosphere [R]. AMA- 99- 4170, 1999.

[10] Istratie V. Three-dimensional Optimal Skip Entry with Terminal Maximum Velocity [R]. AIAA 97- 3483, 1997.

[11] Istratie V. Optimal Skip Entry into Atmosphere with Minimum Heat and Constraints [R]. AIAA 2000- 3993, 2000.

[12] Istratie V. Optimal Skip Entry into Atmosphere with Minimum Heat [R]. AIAA 2003- 5395, 2003.

[13] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.

[14] Jorris R T. Common Aero Vehicle Autonomous Reentry Trajectory Optimization Satisfying Waypoint and No-fly Zone Constraints [D]. Ohio Air University(Master), 2007.

[15] O' Connell M D, Smith R S. Recent Improvements to Bi-directional Gridding Using Akima Spline with Minimum Curvature and Tension [R]. Ottawa, Ontario, Canada August, 2005.

[16] Chen X Q, Hou Z X, Liu J X. Multi-objective Optimization with Modified Pareto Differential Evolution [C]// International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, 2008.

[17] Benson D A. A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2005.

[18] 童科伟. Legendre-Gauss 拟谱法求解最优控制问题 [J]. 航空学报, 2008, 29(6): 1766- 1772.

[19] Phillips T H. Common Aero Vehicle (CAV) Model, Description, and Employment Guide [R]. Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003.

[20] 贾沛然, 陈克俊, 何力. 远程火箭弹道学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993.

[21] 何烈堂. 跨大气层飞行器的力热环境分析与飞行规划研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.