内编队地球重力场测量性能数值分析*

刘红卫[1],王兆魁[2],张育林[1,2]
(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073; 2. 清华大学 航天航空学院,北京 100084)

摘 要:内编队系统通过实现内卫星纯引力轨道环境和内卫星精密定轨,完成高精度地球重力场测量,实现了不依赖于加速度计的重力卫星实施新途径。针对内编队重力场测量性能难以解析分析的情况,基于MATLAB并行程序设计进行了重力场测量数值模拟,获得了内编队重力场测量的有效阶数及其精度。在内编队轨道高度为300km、内卫星干扰力为$1.0\times10^{-10}m/s^2$、外卫星定轨精度为3cm、内外卫星相对状态测量精度为1mm的条件下,计算得到内编队测量重力场的有效阶数为72,相应的大地水准面累积误差为44cm,重力异常累积误差为4.5mGal,由此可知内编队测量重力场的有效阶数主要分布在低阶部分。

关键词:内编队;重力场;数值模拟;有效阶数;定轨误差
中图分类号:V19;P228 **文献标志码**:A **文章编号**:1001-2486(2013)04-0014-06

Numerical analysis for earth gravity field measurement performance by inner-formation flying system

LIU Hongwei[1], *WANG Zhaokui*[2], *ZHANG Yulin*[1,2]
(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The Earth gravity field can be measured with high precision by constructing the purely gravitational orbit of the inner-satellite in Inner-formation Flying System (IFS), which offers a new way to carry out gravity satellite measurement without accelerometers. Since it is difficult to analytically evaluate gravity field measurement performance by IFS, numerical simulation for gravity field measurement was done based on MATLAB parallel programs, and the highest degree of recovered gravity field model and the corresponding geoid and gravity anomaly errors were obtained. Under the condition that IFS orbit altitude is 300km, non-gravitational interference on the inner-satellite is $1.0\times10^{-10}m/s^2$, the outer-satellite orbit determination error is 3cm and the measurement error of relative position between the inner-satellite and outer-satellite is 1mm, the highest degree of recovered gravity field model is 72, the corresponding geoid cumulative error is 44cm, and the corresponding gravity anomaly cumulative error is 4.5mGal. It is known that the effective frequency band of gravity field measurement by IFS is at the lower degree.

Key words: Inner-formation flying system; earth gravity field; numerical analysis; effective frequency band; orbit determination error

进入21世纪以来,重力卫星CHAMP、GRACE和GOCE等相继发射成功,GRACE Follow-On、NGGM等新一代重力卫星计划被陆续提出,国际重力卫星研究进入了新的阶段[1-5]。与此同时,我国多家研究单位也开展了卫星重力场测量的相关研究[6-10]。其中,“十一五”期间作者所在课题组提出了内编队重力场测量系统方案,通过实现内卫星纯引力轨道环境和内卫星精密定轨完成高精度地球重力场测量,实现了不依赖于加速度计的重力卫星实施新途径[11-13],如图1所示。

内编队系统主要由外卫星和内卫星两部分组成。外卫星具有球形腔体,内部为高真空环境,内卫星是标称位置位于腔体中心的球形验证质量。通过抑制内卫星在腔体中受到的非引力干扰,使其沿纯地球引力作用下的轨道运行。其中,内卫星非引力干扰抑制精度为$1.0\times10^{-10}m/s^2$[14-15],利用可见光主动成像和红外被动成像相结合的方法,实现内外卫星相对状态测量,相对位置测量精度优于1mm,相对速度测量精度优于0.1mm/s。利用外卫星精密定轨和内外卫星相对状态测量,获取内卫星纯引力轨道观测数据,并以此来恢复地球重力场。

在内编队系统中,影响重力场测量性能的因素包括轨道高度、外卫星定轨误差、内外卫星相对状态测量误差、内卫星非引力干扰抑制精度、轨道数据采样间隔、重力场测量总时间等系统参数,这些因素和重力场测量性能之间的关系非常复杂,难以解析表示。为此,本文针对内编队系统设计

* **收稿日期**:2012-10-25
基金项目:国家高分重大专项项目(GFZX04011101);国家自然科学基金项目(11002076)
作者简介:刘红卫(1986—),男,河北邢台人,博士生,E-mail:liuhw05@163.com

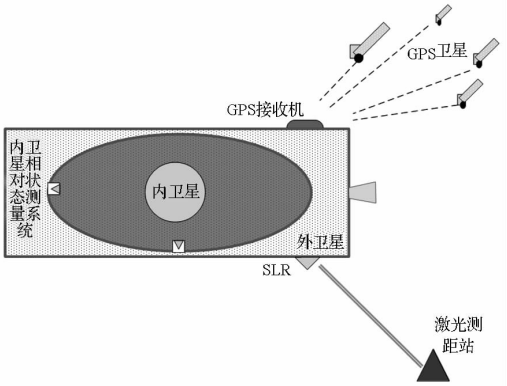


图 1　内编队重力场测量系统示意图

Fig. 1　The diagram of inner-formation flying system for gravity field measurement

参数进行了数值模拟,得到了内编队测量地球重力场的有效阶数以及相应的大地水准面累积误差和重力异常累积误差,这对于内编队系统方案论证和参数设计具有重要意义。

1　内编队重力场测量数值模拟方法

采用动力法进行内编队重力场测量数据模拟和恢复计算,目前得到广泛应用的重力场模型大多是采用这种方法获取的[16]。动力法的基本原理是利用卫星初始位置、初始速度以及动力学模型进行轨道积分,通过改进标称轨道和参考轨道的差异,不断精化初始位置、初始速度和动力学模型参数,从而得到地球重力场模型[17]。下面建立基于动力法的内编队重力场测量数据模拟与恢复计算的观测方程。在 J2000.0 惯性系下,设坐标原点到卫星的列矢量为 r,则卫星的状态列矢量可表示为

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}\\ \dot{\boldsymbol{r}}\end{pmatrix} \tag{1}$$

根据牛顿第二定律可知,卫星状态 $X(t)$ 是初始条件 $\boldsymbol{X}(t_0)$ 和力学参数 $\boldsymbol{P}$ 的函数,即

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}_0,\boldsymbol{P},\boldsymbol{t}) \tag{2}$$

由微分定义可知,$\boldsymbol{X}(t_0)$、$\boldsymbol{P}$ 的改变量 $\Delta\boldsymbol{X}_0$、$\Delta\boldsymbol{P}$ 引起的卫星状态改变量为

$$\Delta\boldsymbol{X}=\frac{\partial\boldsymbol{X}(t)}{\partial\boldsymbol{X}(t_0)}\Delta\boldsymbol{X}_0+\frac{\partial\boldsymbol{X}(t)}{\partial\boldsymbol{P}}\Delta\boldsymbol{P} \tag{3}$$

定义状态转移矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 和参数敏感度矩阵 $\boldsymbol{S}$

$$\boldsymbol{\Phi}=\left(\frac{\partial X(t)}{\partial X(t_0)}\right)_{6\times6}=\begin{bmatrix}\left(\dfrac{\partial r(t)}{\partial(r(t_0),\dot{r}(t_0))}\right)_{3\times6}\\ \left(\dfrac{\partial \dot{r}(t)}{\partial(r(t_0),\dot{r}(t_0))}\right)_{3\times6}\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{S}=\left(\frac{\partial\boldsymbol{X}(t)}{\partial\boldsymbol{P}}\right)_{6\times k}=\begin{bmatrix}\left(\dfrac{\partial\boldsymbol{r}(t)}{\partial\boldsymbol{P}}\right)_{3\times k}\\ \left(\dfrac{\partial\dot{\boldsymbol{r}}(t)}{\partial\boldsymbol{P}}\right)_{3\times k}\end{bmatrix} \tag{5}$$

其中,k 是力学参数的个数,包括引力位系数和其他力学参数。在数值模拟中,设标称轨道为 $\boldsymbol{X}(t)$,它代表真实的卫星摄动轨道,初始状态不含误差,动力学模型不含误差,轨道数据中不含观测误差。设参考轨道为 $\boldsymbol{X}^*(t)$,它代表通过观测得到的轨道,在轨道积分中初始状态含有误差,动力学模型含有误差,轨道数据含有定轨误差。参考轨道和标称轨道的差即为轨道残差,于是(3)式可以写为

$$\boldsymbol{X}^*(t)-\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{\Phi}\Delta\boldsymbol{X}_0+\boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{P} \tag{6}$$

上式即为内编队重力场测量数值模拟的观测方程。在重力场测量任务周期中,对所有时刻建立如(6)式所示的方程,联立所有方程求解得到 $\Delta\boldsymbol{X}_0$ 和 $\Delta\boldsymbol{P}$。利用 ΔP 对参考轨道积分中的重力场模型进行改进,得到反演重力场模型。比较反演重力场模型和标称轨道积分中的重力场模型,可以评估反演重力场模型的精度,进而得到内编队重力场测量性能,其流程如图 2 所示。

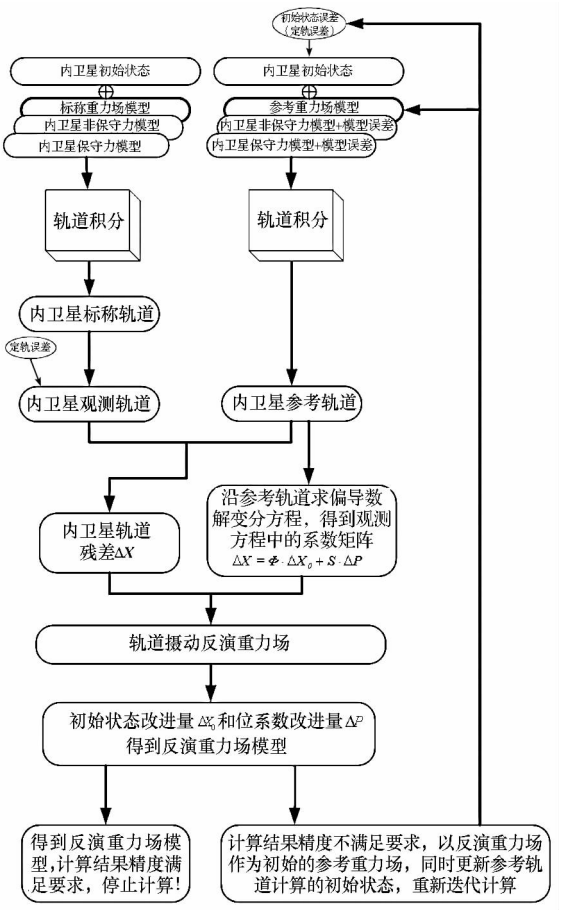


图 2　内编队重力场测量数据模拟流程

Fig. 2　Flow chart of numerical simulation for IFS gravity field measurement

动力法反演重力场模型计算量非常大,耗时长。为了减少计算时间,本文采用并行程序设计完成重力场测量数据模拟。利用 MATLAB 中的并行

计算工具箱(Parallel Computing Toolbox, PCT)和并行计算服务(Distributed Computing Server, DCS)实现基于多核平台、多节点平台的并行程序设计。在并行计算的每个节点上创建一个 jobmanager,用于管理该节点上的各个进程。然后,在每个节点的 jobmanager 下创建多个 worker 进程,每个 worker 进程在物理上对应一个处理器,可执行一个积分弧长内的轨道积分和变分方程求解,最后将各个弧段的计算数据汇总,得到法方程矩阵及对应的轨道残差,求解方程得到反演重力场模型。基于 MATLAB 的内编队重力场测量数据模拟和恢复计算并行计算结构,如图 3 所示。

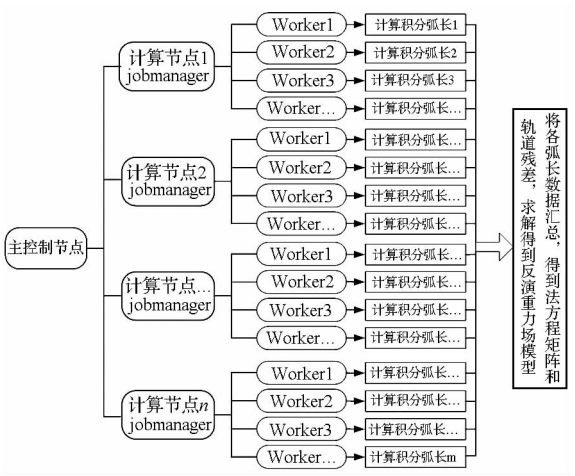


图 3　基于 MATLAB 的内编队重力场测量数据模拟并行结构

Fig. 3　Parallel structure of numerical simulations for IFS gravity field measurement based on MATLAB

计算平台选用清华大学信息科学与技术国家实验室“探索 100”百万亿次集群计算平台,该系统共有 740 个计算节点,8800 个处理器核,存储总量为 1000TB,单个节点内存为 32/48GB,IO 读写速度为 4GB/s,可以满足内编队重力场测量数据模拟要求。

2　内编队重力场测量性能分析

首先进行程序测试计算,验证程序的准确性和并行计算的可靠性。在不考虑输入误差的情况下,即令内卫星干扰为 0、外卫星定轨误差为 0、内外卫星相对状态测量误差为 0,正向进行轨道积分,然后反向进行位系数反演,由反演结果可以评估程序的截断误差、舍入误差和离散化误差等纯计算误差。测试计算参数如表 1 所示,计算得到位系数阶误差方差如图 4 所示。

在表 1 中,积分弧长选为 2h。积分弧长是重力场反演中的计算参数,是将总测量时间分成的各个弧段的时间长度。由于积分弧长不是实际的物理参数,理论上不会影响重力场测量性能。但是,因为由摄动轨道反演位系数是一个高度非线性的过程,目前只能利用线性化近似方法来求解位系数。积分弧长会直接影响线性化近似误差,进而影响重力场反演计算结果。积分弧长的选择应当恰当,一方面积分弧长应当足够小,从而使得非引力干扰引起的轨道累积误差较小,另一方面,积分弧长应当足够长,从而可以充分反映出不同频段的重力场波形特征。这里选取积分弧长为 2h,大于一个轨道周期,可以反映不同频段的重力场波形特征,同时保证线性化近似误差较小。

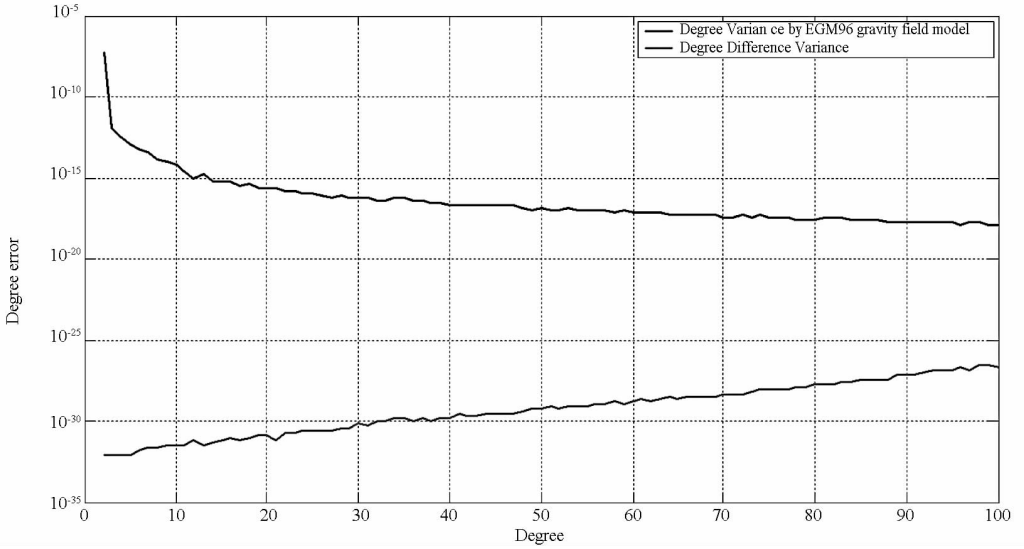


图 4　反演重力场模型的阶误差方差

Fig. 4　Degree error variance of the recovered gravity field model

表 1　内编队重力场测量数值模拟测试计算参数

Tab. 1　Test computation parameters for IFS gravity field measurement

轨道高度	300km	内卫星干扰力	0
轨道倾角	90°	内卫星定轨误差	0
偏心率	0	内外卫星相对状态测量精度	0
总测量时间	16d	纯引力轨道采样间隔	1s
积分弧长	2h	并行核数	192 核
模拟重力场	EGM96,100 阶		

在表 1 中,内编队重力场测量总时间选为 16 天,满足全球覆盖测量要求。内编队重力场测量要求全球覆盖测量,这是因为一方面从数学上看,卫星重力场测量是采集各点引力位数据,进而拟合得到引力位系数的过程,由于数据拟合结果仅在数据采样范围内有效,所以只有实现全球覆盖测量,反演得到的位系数才能在全球范围内有效;另一方面,实际离散采样会带来一定的失真和随机误差,需要进行大量的反复覆盖测量。

在不考虑输入误差的条件下,位系数阶误差方差的理论值应为 0。由图 4 可知,位系数阶误差方差的计算值在 10^{-25} 以下,比阶方差小 10 个数量级以上。它是程序的纯计算误差,完全可以忽略,从而验证了程序计算的正确性和可靠性。下面在内编队系统设计参数下,进行重力场测量性能的数值计算,其中参数设置如表 2 所示。

表 2　内编队重力场测量数值模拟参数

Tab. 2　Numerical simulations parameters for IFS gravity field measurement

轨道高度	300km	内卫星干扰力	$1.0\times10^{-10}\mathrm{m/s^2}$
轨道倾角	90°	外卫星定轨误差	5,3,1,0cm
偏心率	0	内外卫星相对状态测量精度	1mm
覆盖测量时间	16d	纯引力轨道采样间隔	1s
积分弧长	2h	并行核数	192
模拟重力场	EGM96,120 阶		

计算得到反演重力场模型的位系数阶误差方差如图 5 所示,大地水准面累积误差如图 6 所示,重力异常累积误差如图 7 所示。可知,在内卫星定轨精度分别取 5cm、3cm、1cm 和 0cm 条件下,得到反演重力场模型的最高阶数分别为 64、72、85、120,相应的大地水准面累积误差分别为 45cm、44cm、38cm 和 0.47cm,相应的重力异常累积误差分别为 4mGal、4.5mGal、4.5mGal 和 0.08mGal。可知,内编队重力场测量的有效阶数分布在低阶部分,定轨误差对重力场测量性能的影响是非常显著的。

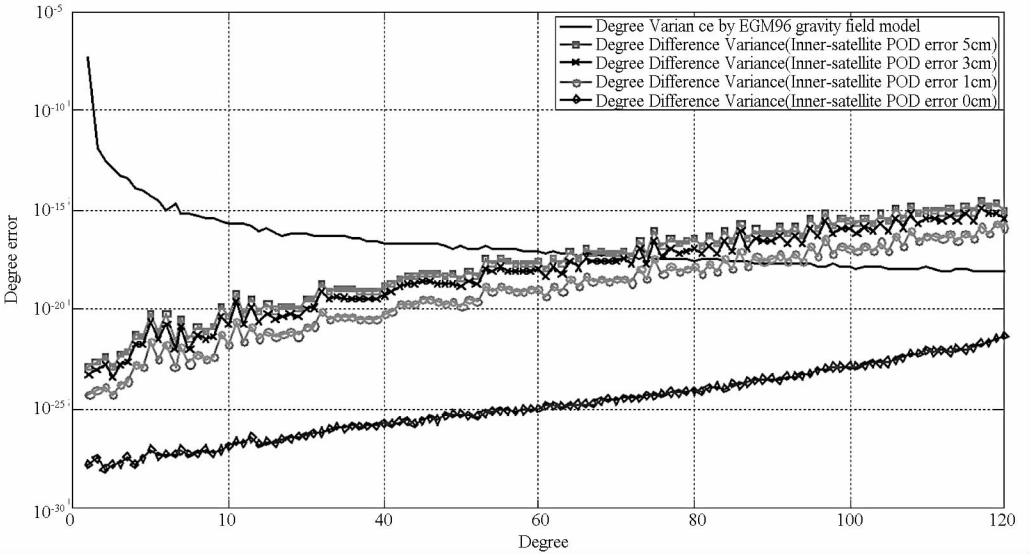


图 5　内编队反演重力场模型的阶误差方差

Fig. 5　Degree error variance of the recovered gravity field model by IFS

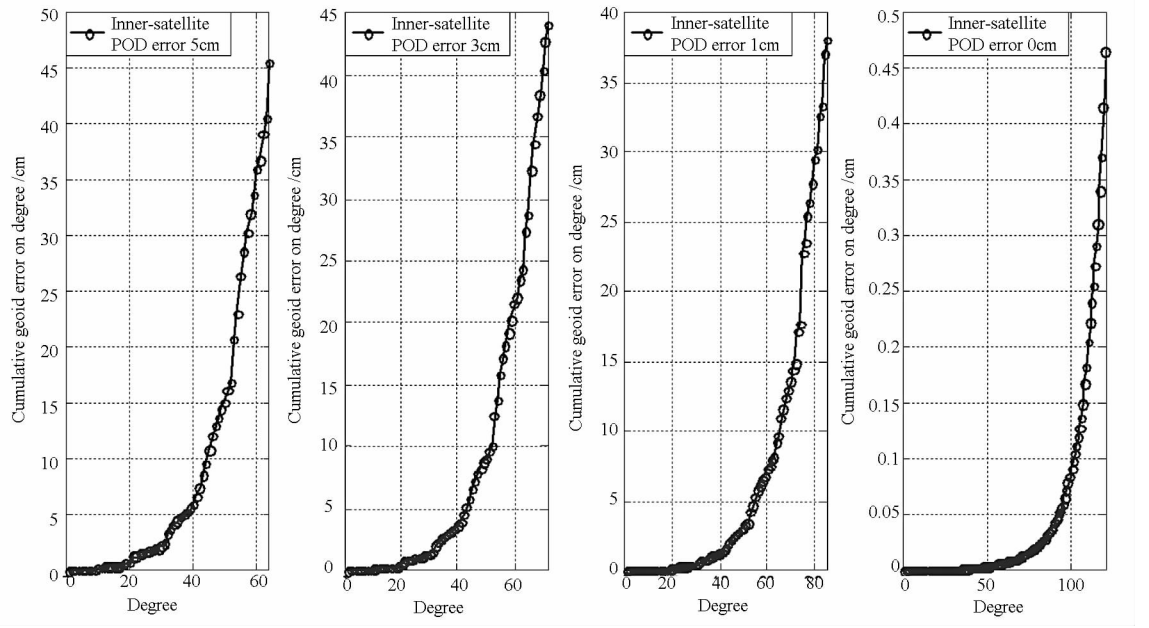


图 6　不同定轨精度下的大地水准面累积误差

Fig. 6　Geoid cumulative errors under different precise orbit determination errors

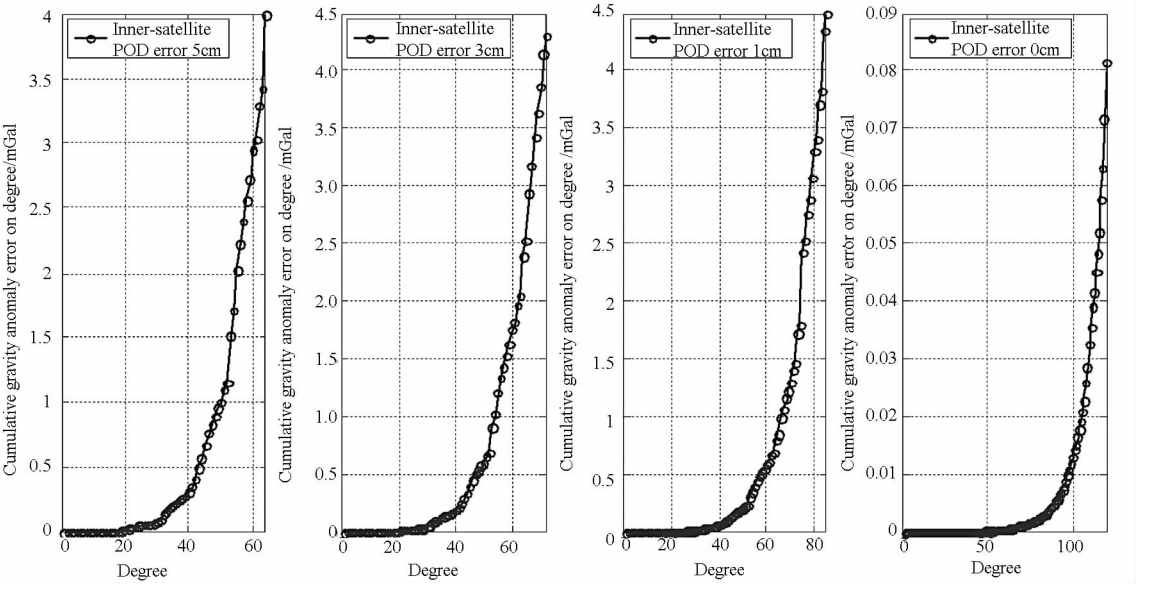


图 7　不同定轨精度下的重力异常累积误差

Fig. 7　Gravity anomaly cumulative errors under different precise orbit determination errors

3　结论

基于 MATLAB 并行程序设计，利用动力法进行了内编队重力场测量性能的数值模拟。在内编队轨道高度为 300km、内卫星干扰力为 $1.0 \times 10^{-10}\mathrm{m/s^2}$、外卫星定轨精度为 3cm、内外卫星相对状态测量精度为 1mm 的条件下，计算得到内编队测量重力场的有效阶数为 72，相应的大地水准面累积误差为 44cm，重力异常累积误差为 4.5mGal。

由此可知，内编队重力场测量的有效阶数主要分布在低阶部分。

参考文献(References)

[1] Moore P, Turner J F, Qiang Z. CHAMP orbit determination and gravity field recovery[J]. Advance in Space Research, 2003, 31(8): 1897 – 1903.

[2] Zhao Q L, Guo J, Hu Z G, et al. GRACE gravity field modeling with an investigation on correlation between nuisance parameters and gravity field coefficients[J]. Advances in Space Research, 2011, 47: 1833 – 1850.

[3] Muzi D, Allasio A. GOCE: the first core Earth explorer of ESA's Earth observation programme[J]. ActaAstronautica, 2003, 54:167 – 175.

[4] Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. Accurate and rapid error estimation on global gravitational field from current GRACE and future GRACE Follow-On missions[J]. Chinese Physics B,

2009, 18(8): 3597 – 3604.

[5] Cesare S, Aguirre M, Allasio A, et al. The measurement of Earth's gravity field after the GOCE mission [J]. ActaAstronautica, 2010, 67: 702 – 712.

[6] 徐新禹, 李建成, 姜卫平,等. 由重力场模型快速计算沿轨重力梯度观测值[J]. 武汉大学信息科学版, 2009, 34(2): 226 – 230.
XU Xinyu, LI Jiancheng, JIANG Weiping, et al. Rapidly computing satellite gravity gradient observations along orbit from gravity field model[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(2): 226 – 230. (in Chinese)

[7] 刘晓刚, 吴晓平, 王宝军, 等. 卫星重力梯度数据的网格化方法研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(6): 60 – 65.
LIU Xiaogang, WU Xiaoping, WANG Baojun, et al. Study on gridding methods of satellite gravity gradient data[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, 30(6): 60 – 65. (in Chinese)

[8] 郑伟, 许厚泽, 钟敏,等. 国际重力卫星研究进展和我国将来卫星重力测量计划[J]. 测绘科学, 2010, 35(1): 5 – 9.
ZHENG Wei, XU Houze, ZHONG Min, et al. Research progress in international gravity satellites and future satellite gravity measurement program in China [J]. Science of Surveying and Mapping, 2010, 35(1): 5 – 9. (in Chinese)

[9] 白彦峥, 田蔚, 周泽兵,等. 高精度空间加速度计及其应用[J]. 空间科学学报, 2010, 30(6): 601 – 606.
BAI Yanzheng, TIAN Wei, ZHOU Zebing, et al. High-precision space-borne accelerometer and its applications[J]. Chinese Journal of Space Science, 2010, 30(6): 601 – 606. (in Chinese)

[10] 薛大同. 静电悬浮加速度计的地面重力倾角标定方法[J]. 宇航学报, 2011, 32(3): 688 – 696.
XUE Datong. On-ground calibration methods of electrostatically suspended accelerometers with gravity inclination[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(3): 688 – 696. (in Chinese)

[11] Wang Z K, Zhang Y L. Acquirement of pure gravity orbit using precise formation flying technology [J]. ActaAstronautica, 2012: 1 – 5.

[12] 刘红卫,王兆魁,张育林. 内卫星辐射计效应建模与分析[J]. 空间科学学报, 2010, 30(3): 243 – 249.
LIU Hongwei, WANG Zhaokui, ZHANG Yulin. Modeling and analysis of radiometer effect on the Inner-satellite[J]. Chinese Journal of Space Science, 2010, 30(3): 243 – 249. (in Chinese)

[13] Liu H W, Wang Z K, Zhang Y L. Analysis of radiometer effect on the proof mass in purely gravitational orbit[J]. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), 2012, 33(5): 593 – 592.

[14] 谷振丰, 王兆魁, 张育林. 内编队中残余气体对内卫星的干扰分析和计算[J]. 中国科学技术科学, 2012, 42(9): 997 – 1003
GU Zhenfeng, WANG Zhaokui, ZHANG Yulin. Analysis of residual gas disturbance on the inner satellite of Inner Formation Flying System[J]. Sci China Tech Sci, 2012, 42(9): 997 – 1003. (in Chinese)

[15] Gu Z F, Wang Z K, Zhang Y L. Reduction requirements of residual non-gravity disturbances of the Inner Formation Flying System for Earth gravity measurement[C]//63rd International Astronautical Congress (IAC 2012), 1 – 5 October, 2012, Naples, Italy.

[16] 王庆宾. 动力法反演地球重力场模型研究[D]. 解放军信息工程大学博士学位论文, 2009, 10 – 12.
WANG Qingbin. Study on the recovery of gravitational potential model with dynamical method[D]. PLA Information Engineering University doctoral dissertation, 2009: 10 – 12. (in Chinese)

[17] 王正涛. 卫星跟踪卫星测量确定地球重力场的理论和方法[D]. 武汉大学博士学位论文, 2005: 106 – 109.
WANG Zhengtao. Theory and methodology of Earth gravity field recovery by satellite-to-satellite tracking data [D]. Wuhan University doctoral dissertation, 2005: 106 – 109. (in Chinese)