doi:10.11887/j.cn.201703029　　http://journal.nudt.edu.cn

基于层裂机理的弹体侵彻混凝土的工程模型*

薛建锋[1,2],沈培辉[1],王晓鸣[1]
(1. 南京理工大学 智能弹药技术国防重点学科实验室,江苏 南京 210094;
2. 中航工业洪都 660 所,江西 南昌 330024)

摘　要:以斜侵彻过程中的终点弹道为研究对象,基于动态球形空腔膨胀理论给出的阻力函数理论公式和开坑阶段的表面层裂机理,建立了能够综合考虑弹头形状、开坑区深度的斜侵彻深度预测模型,并进一步推导了能够适用不同弹头形状的弹体过载时程曲线计算公式。预测模型得到的侵彻深度和过载与试验结果吻合较好。研究结果可为弹体与混凝土靶的斜侵彻弹道分析和弹丸头部设计提供一定帮助。

关键词:爆炸力学;层裂机理;终点弹道;侵彻深度;过载
中图分类号:O385;TJ012.4　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1001-2486(2017)03-194-07

Engineering model of projectile penetrating into concrete based on splitting mechanism

XUE Jianfeng[1,2], *SHEN Peihui*[1], *WANG Xiaoming*[1]
(1. ZNDY Ministerial Key Laboratory, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2. 660 Design Institute of Hong Du AVIC, Nanchang 330024, China)

Abstract: Based on the theoretical resistance function from dynamic spherical cavity expansion model and the surface splitting mechanism, a prediction model was proposed for oblique penetration depth of rigid projectiles into concrete targets. In the proposed formula, the dimensionless coefficients denoting the projectile nose geometry were introduced to consider the variation of projectile nose geometry and the cratering depth. A prediction model for the deceleration-time history of the projectile with different nose geometries was obtained. The penetration depths and overload curve of the model were in good agreement with the test results. The research results can provide some help for the oblique penetration trajectory analysis and the design of the projectile head.

Key words: explosion mechanics; splitting mechanism; terminal ballistic; penetration depth; overload

弹体侵彻混凝土靶的终点弹道研究一直是武器研发部门和防护工程人员的研究重点[1]。弹体冲击混凝土靶的侵彻深度及过载时程是主要研究内容,其中侵彻深度是表征靶体破坏效应的最主要参数,过载时程的预测对弹体的壁厚及装药安定性设计具有指导意义。弹体斜侵彻混凝土介质时,由于靶体对弹体的阻力的不对称影响导致偏转,弹体的侵彻能力下降,侵彻深度减小,侵彻靶体的弹道会有一定量的偏转,并在一定条件下出现弹体在靶板表面跳飞现象[2-6]。

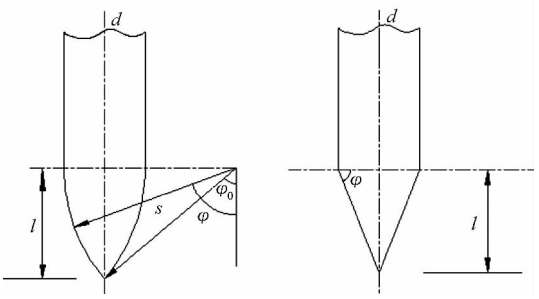
基于阻力函数建立的半理论半经验公式能同时预测弹体侵彻深度及过载时程。Forrestal 等[7-9]基于空腔膨胀理论和弹体侵彻深度试验数据求得了半理论半经验的阻力函数,建立了尖卵形弹体的侵彻深度和过载时程曲线预测模型;Chen Li 等[10-12]引入弹形系数和撞击函数,将 Forrestal 侵彻深度公式无量纲化,使得公式能够适用几种典型弹头形状弹体;Wen 等[13-14]根据由准静态压力和动压力两部分组成的阻力函数,建立了考虑弹头形状的弹体侵彻深度预测公式;Jan 等[15]、吴昊等[16]和彭永等[17]分别基于不同空腔膨胀理论的阻力函数建立了侵彻深度预测模型。然而,已有的研究多基于半经验半理论阻力函数,且没有考虑开坑阶段的表面层裂效应。对于过载时程预测模型,仅 Forrestal 基于半经验半理论阻力函数对卵形弹体的过载时程有所研究,针对其他弹体形状的研究未见报道。

* **收稿日期**:2016-01-27
基金项目:国家重点基础研究发展计划资助项目(613143020301)
作者简介:薛建锋(1987—),男,江西抚州人,博士研究生,E-mail:xuejianfeng666@163.com;
沈培辉(通信作者),男,教授,硕士,硕士生导师,E-mail:sphjy8@mail.njust.edu.cn

1　斜侵彻深度的预测模型

1.1　弹体头部形状描述

对卵形和锥形弹体进行分析,如图 1 所示。



(a) 卵形弹　　(b) 锥形弹
(a) Ogive-nose projectile　　(b) Conical projectile

图 1　不同弹体头部几何示意图

Fig. 1　Geometry of projectiles with different nose

对于卵形头部弹体,直径为 d,头部长度为 l,头部曲率半径为 s,则对应的描述弹形的各参数[10]为:

$$\psi = \frac{s}{d} \tag{1}$$

$$\zeta = \frac{l}{d} \tag{2}$$

$$\phi = \arcsin\left(1 - \frac{1}{2\psi}\right), \quad \psi \geqslant \frac{1}{2} \tag{3}$$

$$\psi^2 = \zeta^2 + \left(\psi - \frac{1}{2}\right)^2 \tag{4}$$

$$N_0 = \zeta^2 - \frac{2\psi - 1}{2} \tag{5}$$

$$N_1 = \psi^2\left\{\frac{2}{3} \cdot \frac{\zeta^3}{\psi^3} + \frac{2\psi - 1}{2\psi}\left[\frac{(2\psi - 1)\zeta}{2\psi^2} + \arccos\left(\frac{\zeta}{\psi}\right) - \frac{\pi}{2}\right]\right\} \tag{6}$$

$$N_2 = 2\psi^2\left\{\frac{1}{4} \cdot \frac{\zeta^4}{\psi^4} + \frac{2\psi - 1}{2\psi}\left[\frac{(2\psi - 1)}{2\psi} + \frac{(2\psi - 1)^3}{24\psi^3} - \frac{2}{3}\right]\right\} \tag{7}$$

式中:N_0 为表征弹体头部形状的形状因子;ψ 表示卵形弹体头部的曲径比;N_1 和 N_2 为与头部形状有关的无量纲形状系数。

对于锥形头部弹体,直径为 d,则对应的描述弹形的各参数[10]为:

$$N_0 = \frac{1}{4} \tag{8}$$

$$N_1 = \frac{1}{4 \times (4\zeta^2 + 1)^{1/2}} \tag{9}$$

$$N_2 = \frac{1}{4 \times (4\zeta^2 + 1)} \tag{10}$$

定义撞击函数 I 和弹体几何函数 N,具体表达式[10]为:

$$I = \frac{MV_0^2}{d^3 YAN_1} \tag{11}$$

$$N = \frac{M}{\rho d^3 BN_2} \tag{12}$$

式中:ρ 和 Y 分别为混凝土的密度和屈服强度;M 和 V_0 分别为弹体的质量和速度;A 和 B 为待定系数,可通过实验确定。由上可知,弹体头部越尖细,I 和 N 越大,这将导致终点弹道特性产生差异。以上关于侵彻深度和偏转角的计算仅限于刚性弹体。

1.2　层裂机理

弹体斜侵彻混凝土过程中产生的应力波斜入射自由表面,入射波在自由表面反射出膨胀波和剪切波,并且这两种反射波的强度分配与入射角有关,剪切波对侵彻过程的影响程度小,在此忽略不计。

某一时刻平面压缩波倾斜入射到自由表面,在自由表面某一位置入射波波头阵面先到达,反射成为反射平面波波头阵面;入射压缩波后续阵面陆续到达,反射成为反射平面波后续阵面。随着时间的进展,在自由表面这个位置将进行这个平面波的入射和反射过程。图 2 是某时刻在自由表面处平面波入射和反射的图像,MN 为自由表面。

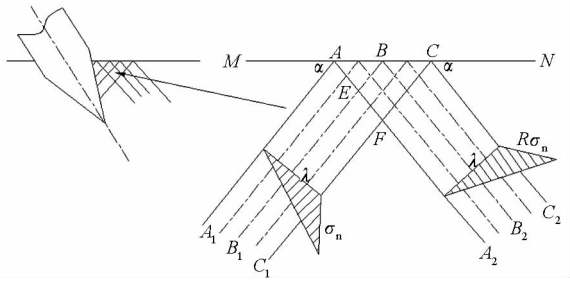


图 2　某时刻平面波在自由表面的入射和反射图像

Fig. 2　Geometry of incident and reflection of plane wave at free surface

设入射平面波波长为 λ,强度为 σ_n,入射角为 α。按照反射波和入射波的关系可知:反射波的波长为 λ,反射角为 α,强度为 $R\sigma_n$,其中 R 是反射系数,它是入射角 α 和材料泊松比 υ 的函数,可表示[18]为:

$$R = \frac{\left[\frac{2(1-\upsilon)}{1-2\upsilon} - \sin^2\alpha\right]^{1/2}\sin^3\alpha - \left(\frac{1-\upsilon}{1-2\upsilon} - \sin^2\alpha\right)\tan\alpha}{\left[\frac{2(1-\upsilon)}{1-2\upsilon} - \sin^2\alpha\right]^{1/2}\sin^3\alpha + \left(\frac{1-\upsilon}{1-2\upsilon} - \sin^2\alpha\right)\tan\alpha} \tag{13}$$

入射平面波和反射平面波相交的区域内,各

点的应力状态为该点处入射波强度和反射波强度按具体相交角度进行叠加。图 2 中 E 点处应力为反射波波头强度和入射波 1/2 波长处的强度按相交角度 $180°-2\alpha$ 进行叠加；F 点处应力为反射波头强度。任选一点 G(如图 3 所示)，设 G 距入射平面波波头阵面的距离为 ξ；G 点处入射平面波强度为 $\sigma_{\mathrm{I}}=(1-\xi/\lambda)\sigma_{\mathrm{n}}$，其方向沿入射平面波波阵面法线方向；$G$ 点处反射平面波强度为 $\sigma_{\mathrm{II}}=R\sigma_{\mathrm{n}}$，其方向沿反射平面波波阵面法线方向；二应力之间的夹角为 $180°-2\alpha$。按照纵波叠加主应力公式，可以计算 σ_{I}，σ_{II} 叠加后的主应力为：

$$\sigma_{\mathrm{c}}=\frac{\sigma_{\mathrm{n}}}{2(1-\upsilon)}\left\{1-\frac{\xi}{\lambda}+R+(1-2\upsilon)\cdot\left[\left(1-\frac{\xi}{\lambda}\right)^{2}+R^{2}\left(1-\frac{\xi}{\lambda}\right)\cos(4\alpha)\right]^{1/2}\right\} \tag{14}$$

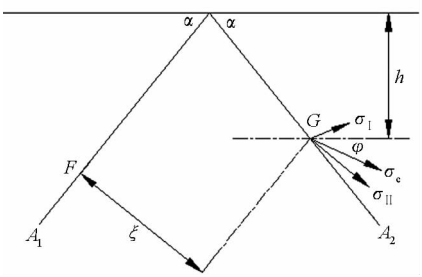


图 3 反射波与入射波的叠加

Fig. 3 Superposition of reflection wave and incident wave

叠加后主应力方向确定，二应力方向夹角平分线恰好与自由表面平行，主应力与该平行线的夹角，即主应力与自由表面的夹角，设该角为 φ，表示为：

$$\tan(2\varphi)=\frac{\sigma_{\mathrm{II}}-\sigma_{\mathrm{I}}}{\sigma_{\mathrm{II}}+\sigma_{\mathrm{I}}}\tan(2\alpha) \tag{15}$$

将 σ_{I} 和 σ_{II} 的计算公式代入式(15)可得：

$$\tan(2\varphi)=\frac{1-\xi/\lambda-R}{1-\xi/\lambda+R}\tan(2\alpha) \tag{16}$$

根据式(14)求得的主应力为拉应力，且最大拉应力大于混凝土的抗拉强度极限，这时在混凝土表面将出现层裂，层裂方向垂直于最大拉应力方向。层裂位置与自由表面的距离为：

$$h=\frac{\xi}{2\cos\alpha} \tag{17}$$

1.3 侵彻深度模型

假设弹体的侵彻过程始终在射平面内，弹体对混凝土靶的斜侵彻过程分为开坑段和隧道段两部分，弹体偏转发生在开坑阶段，如图 4 所示。着靶时，弹体侵彻弹道与靶面法线夹角为 β。开坑段结束时，弹体发生了偏转，偏转角为 δ。

文献[8,19]表明：正侵彻时，开坑区深度与弹体直径成正比，为 kd，k 为比例系数。Forrestal 等[9]基于一系列试验数据得出比例系数为 2；Li 等[12]基于滑移线理论，得出可适应于不同弹头形状的比例系数为 $0.707+l/d$。斜侵彻时，比例系数为 $(0.707+l/d)\cos\beta$。

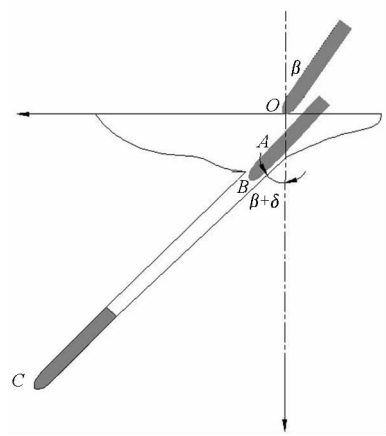


图 4 斜侵彻过程

Fig. 4 Oblique penetration

在开坑区，即 $x<kd$ 时，弹体阻力表达式[8]为：

$$F=cx \tag{18}$$

式中：c 为待定阻力系数，与速度密切相关，需根据连续条件求解。

根据牛顿第二定律及式(18)可知，弹体在开坑区的运动方程为：

$$F=M\frac{\mathrm{d}^{2}x}{\mathrm{d}t^{2}}=cx \tag{19}$$

式(19)也可表示为：

$$F=M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=MV\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}=cx \tag{20}$$

根据式(20)可得开坑阶段时侵彻深度为：

$$x=\left(\frac{MV_{0}}{2c}\right)^{1/2} \tag{21}$$

式中：V_0 为弹体着靶速度，c 取值[8]一般为

$$c=\frac{\pi d^{2}Sf_{\mathrm{c}}}{4k}\left[\frac{1+I/N}{1+(k\pi/4N)}\right] \tag{22}$$

其中：S 为混凝土静态阻力系数，f_{c} 为混凝土材料的单向无侧限抗强度。

由 $x(t=0)=0$ 和 $x'(t=0)=V_0$，解式(19)微分方程可得弹体在开坑区的位移时程表达式(23)，依次求导可得弹体速度、加速度方程。

$$x(t)=\frac{1}{\omega}V_{0}\sin(\omega t) \tag{23}$$

$$V(t)=V_{0}\cos(\omega t) \tag{24}$$

$$a(t)=-\omega V_{0}\sin(\omega t) \tag{25}$$

其中：$\omega=\sqrt{c/M}$。

弹体偏转角 δ 可由动能定理求得。弹体垂直于弹轴的速度为:

$$V_{\perp} = V_0 \sin\delta \tag{26}$$

此时偏转的距离为:

$$s_{\perp} = x\delta \tag{27}$$

试验表明阻力随时间近似呈线性增加,因此假设平均侧向力为:

$$F_{\perp \mathrm{avg}} = \frac{1}{2}F_0 \sin\beta = \frac{1}{2}cx\sin\beta \tag{28}$$

式中:F_0 可由式(18)确定。根据动能定理得:

$$\frac{1}{2}MV_{\perp}^2 = F_{\perp \mathrm{avg}} s_{\perp} \tag{29}$$

最终求得偏转角为:

$$\sin^2\delta = \delta\frac{k\pi}{4}\left(\frac{1}{I}+\frac{1}{N}\right)\sin\beta \tag{30}$$

在隧道区,根据动态球形空腔膨胀理论[7]和层裂机理,可将空腔膨胀应力与空腔膨胀速度的关系表达为:

$$\sigma_{\mathrm{r}} = R[Af_{\mathrm{c}} + B(\rho f_{\mathrm{c}})^{1/2}V_{\mathrm{r}} + C\rho V_{\mathrm{r}}^2] \tag{31}$$

式中:A,B 和 C 为材料系数;空腔膨胀速度与弹体速度满足 $V_{\mathrm{r}} = V\cos\theta$;$R$ 由式(13)可得。

将式(31)沿不同形状弹体头部表面积分可得到阻力函数。基于文献[20]的研究工作,在终点弹道行为研究中,弹体摩擦力忽略不计。弹体轴向曲面受力为:

$$F = -\iint_{\Sigma}\sigma_{\mathrm{r}}\cos\theta \mathrm{d}\sigma \tag{32}$$

式中:Σ 为曲面的表面积。

由式(31)和式(32)可得到弹体在隧道区的阻力函数为:

$$F = -\pi d^2 R[N_0 Af_{\mathrm{c}} + N_1 B(\rho f_{\mathrm{c}})^{1/2}V + N_2 C\rho V^2] \tag{33}$$

式中:N_0,N_1 和 N_2 为弹形系数,按 1.1 节公式计算。

定义开坑区结束时的速度 V_1 和时刻 t_1,将式(20)积分可得:

$$M(V_1 - V_0)/2 = c(kd)^2/2 \tag{34}$$

根据开坑区与隧洞段交界面弹体所受阻力连续,可得:

$$ckd = R\pi d^2[N_0 Af_{\mathrm{c}} + N_1 B(\rho f_{\mathrm{c}})^{1/2}V_1 + N_2 C\rho V_1^2] \tag{35}$$

联立式(18)和式(19)可得到 V_1,同时根据式(24)可以求得 t_1。

$$t_1 = \frac{\arccos(V_1/V_0)}{\omega} \tag{36}$$

隧道区的运动方程可根据牛顿第二定律和式(33)求得。

$$F = M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = MV\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} = -\pi d^2 R[N_0 Af_{\mathrm{c}} + N_1 B(\rho f_{\mathrm{c}})^{1/2}V + N_2 C\rho V^2] \tag{37}$$

将式(37)积分联立初始条件就可以求得侵彻深度为:

$$x = \frac{RM}{2\pi CN_2\rho d^2}\left\{\ln\left[1+\frac{BN_1}{AN_0}\left(\frac{\rho}{f_{\mathrm{c}}}\right)^{1/2}V_1 + \frac{CN_2\rho}{AN_0 f_{\mathrm{c}}}V_1^2\right] + \frac{2BN_1}{D}\left[\arctan\left(\frac{BN_1}{D}\right) - \arctan\left(\frac{BN_1 + 2C(\rho/f_{\mathrm{c}})^{1/2}N_2V_1}{D}\right)\right]\right\} + kd \tag{38}$$

式中:$D = (4ACN_0N_1 - B^2N_1^2)^{1/2}$。

通过式(37)也可以求得隧道区的速度时程表达式为:

$$V(t) = \frac{R}{2CN_2(\rho/f_{\mathrm{c}})^{1/2}} \cdot \left\{D\tan\left[\arctan\left(\frac{2CN_2(\rho/f_{\mathrm{c}})^{1/2}V_1 + BN_1}{D}\right) - \frac{\pi d^2}{2M}D(\rho f_{\mathrm{c}})^{1/2}(t-t_1)\right] - BN_1\right\} \tag{39}$$

对速度时程表达式(39)一次求导,可得弹体在隧道区的加速度时程为:

$$a(t) = \frac{-R\pi d^2 Df_{\mathrm{c}}}{4MCN_2\cos^2\mathcal{K}} \tag{40}$$

$$\mathcal{K} = \arctan\left[\frac{2V_1CN_2(\rho/f_{\mathrm{c}})^{1/2} + BN_1}{D}\right] \tag{41}$$

2　试验验证

2.1　试验弹体和混凝土靶

试验弹体为两种结构类型,即卵形和锥形,其中卵形弹的头部形状系数(Caliber Radius Head, CRH)分别为 3 和 4,在保证弹体质量不变的情况下,弹体直径为 10 mm,长径比为 7,质量约为 105 g。锥形弹直径为 10 mm,锥角为 15°。通过改变弹体内部孔洞的长度来保证弹体质量相等。所有弹体材料为高强度钢 35CrMnSiA,淬火处理后其屈服强度为 1500 MPa,硬度值为 45。为了消除靶体侧面边界效应的影响,靶体直径取 500 mm,即弹体直径的 50 倍。为了近似半无限厚靶处理,靶体厚度需要够大,厚度取 300 mm。为了方便浇注混凝土靶并保持侵彻后靶体的完整性,靶板外围采用3 mm厚的钢圈加固,混凝土靶面浇注成斜置 30°。浇注三个长宽高均为 100 mm 的混凝土样品,抗压测试强度为 36.2 MPa。

2.2　侵彻试验方法与结果

以 25 mm 口径的滑膛炮作为发射平台进行弹体侵彻混凝土靶试验，试验现场布置如图 5 所示，通过装药量控制弹体着靶速度，用锡箔靶和双通道测试仪测量速度。利用研制的加速度测试系统对过载进行测试，加速度测试系统包括加速度传感器、存储记录部分、数据接口、数据处理软件。将加速度过载测试仪安放在弹体内部孔洞里，并加配合垫片防止脱落。详细试验结果见表 1。

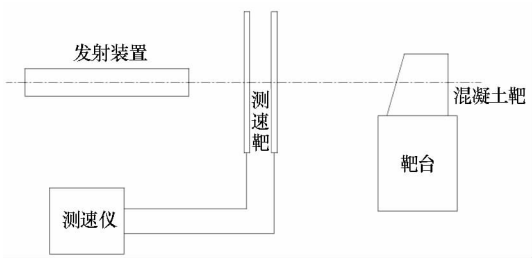


图 5　试验布置图

Fig. 5　Experiment layout

表 1　试验结果

Tab. 1　Experimental results

序号	头部形状	速度/(m/s)	开坑直径/mm	开坑深度/mm	侵彻深度/mm
1	卵形($CRH=4$)	712	112	30.2	114
2	卵形($CRH=4$)	805	125	35.6	143
3	卵形($CRH=4$)	920	142	40.4	186
4	卵形($CRH=4$)	1051	159	45.4	225
5	卵形($CRH=4$)	1159	168	47.3	241
6	卵形($CRH=3$)	704	107	29.8	109
7	卵形($CRH=3$)	803	113	32.6	132
8	卵形($CRH=3$)	924	134	37.2	176
9	卵形($CRH=3$)	1048	146	41.7	204
10	卵形($CRH=3$)	1152	158	43.5	235
11	锥形	708	102	28.5	102
12	锥形	806	102	30.1	128
13	锥形	923	119	35.2	172
14	锥形	1053	132	37.9	198
15	锥形	1161	141	40.7	229

图 6 为速度 805 m/s 下卵形弹侵彻后靶体正面破坏情况，崩落区的形状不是很规则，但基本上呈漏斗形。图 7 为速度 805 m/s 下卵形弹侵彻混凝土靶的隧道剖面，弹洞的直径经过测量稍微大于弹径，形状并不是理论意义上的圆柱形，而是稍微有点弯曲的，这是由于弹体在斜侵彻过程中存在一定的偏转。图 8 为回收的部分弹体，由于弹体后部分有螺纹或内部空心，在侵彻过程中弹体发生断裂或破裂。

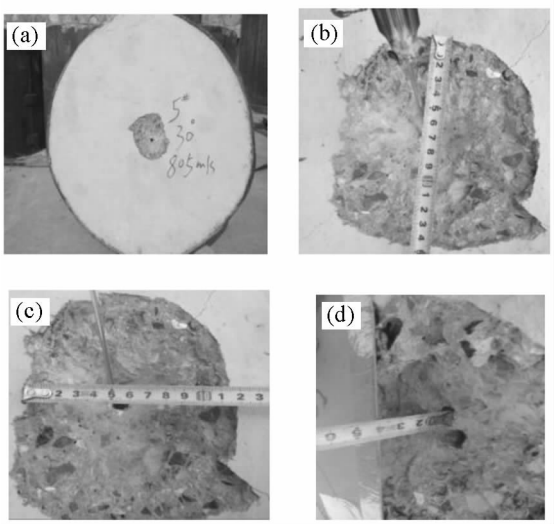


图 6　靶体破坏情况

Fig. 6　Damage effects of concretes

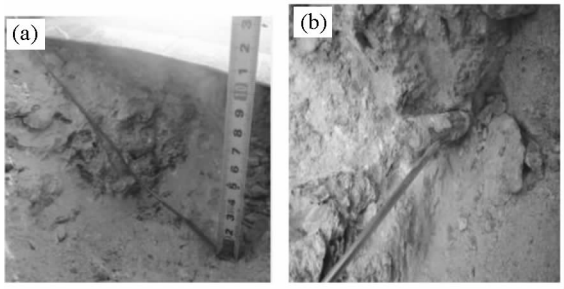


图 7　靶体剖开后隧道形态

Fig. 7　Tunnel morphology of cleaved target



图 8　回收弹体

Fig. 8　Recovered projectiles

2.3　理论计算与试验结果对比分析

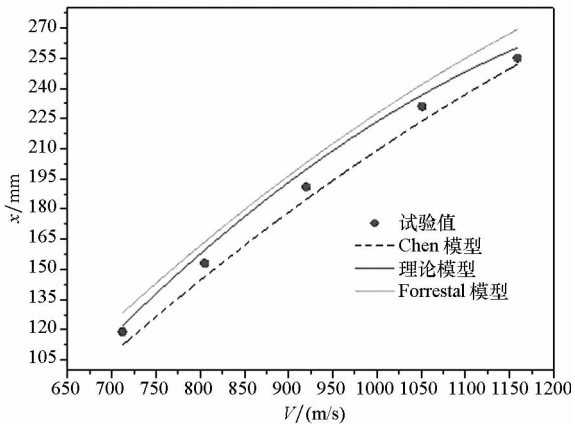
表 2 为试验中卵形弹(*CRH* = 4)偏转角与理论计算值及 Chen 模型值的比较。从表 2 中可以看出,考虑层裂机理的模型得到的偏转角与试验结果较为接近。这是因为在开坑过程中一旦出现层裂,就形成了新的自由表面。继续入射的压缩波将在此新自由表面上反射,继续发生层裂。随着层裂的发生,弹体上下表面所受阻力的不对称性导致弹体发生偏转。

表 2　偏转角的比较

Tab. 2　Comparison of deflection angle

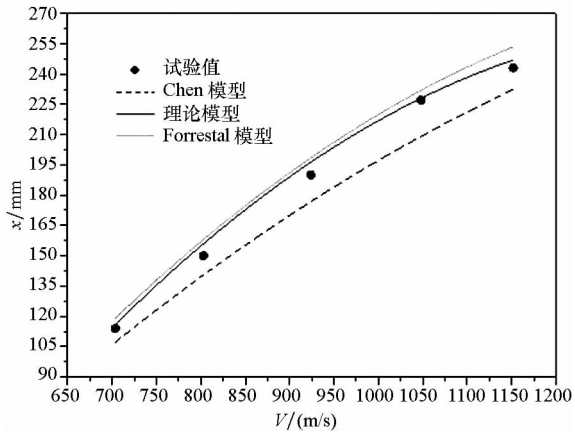
速度/(m/s)	本模型/(°)	试验值/(°)	Chen 模型/(°)
1051	8.5	9.6	12.5
920	12.6	13.4	15.7
805	16.3	17.5	20.6

图 9 给出了本文侵彻深度计算公式、试验结果及几种半经验方法计算出的不同头部形状弹体斜侵彻混凝土靶体侵彻深度预测值的对比。计算中的参数值与试验中弹靶参数值一致,其中,混凝土靶密度为 2370 kg/m^3,强度为 36.2 MPa,A,B 和 C 分别为 7.14,5.03,0.47。可见提出的考虑弹形系数影响的侵彻深度计算模型预测值与试验



(a) 卵形弹(*CRH* = 4)

(a) Ogive-nose projectile (*CRH* = 4)



(b) 锥形弹

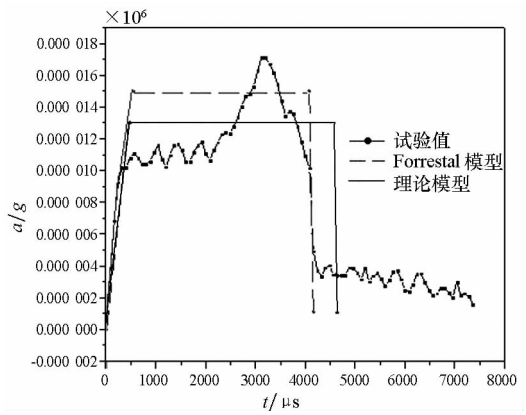
(b) Conical projectile

图 9　侵彻深度试验值和公式预测结果对比

Fig. 9　Comparison of projectile penetration depth of experiment and formula

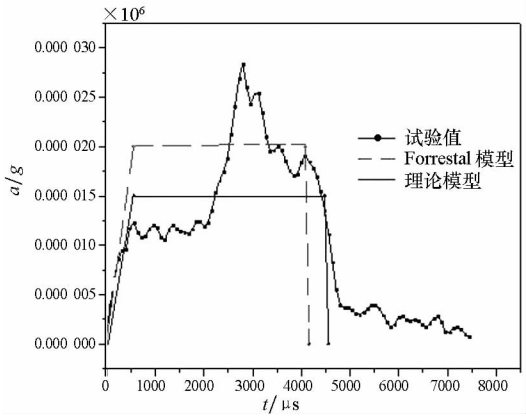
侵彻深度吻合较好,证明了该计算模型的正确性。

图 10 给出了加速度试验值、本文过载时程预



(a) 卵形弹(803 m/s)

(a) Ogive-nose projectile (803 m/s)



(b) 锥形弹(923 m/s)

(b) Conical projectile (923 m/s)

图 10　加速度时程的试验值和公式预测结果对比

Fig. 10　Comparison of acceleration time history of experimental values and formulas

测模型和 Forrestal 计算模型[9]的计算值。从图10中可以看出,本文模型计算出的加速度时程曲线与试验的吻合程度更好,在开坑初期加速度迅速增加后趋于平稳;当开坑结束弹道发生偏转,产生翻转力矩,此时加速度急速增加至极值,再大幅度减小至零。该加速度模型能较好地关注侵彻终点时刻(可用于引信的延迟时刻设计),并能更好地关注弹体加速度值(可用于弹体强度设计)。

3 结论

1)通过与不同头形弹体侵彻深度试验数据以及过载时程曲线的对比,验证了计算公式的正确性。

2)建立了适用于不同头部形状弹体的过载时程计算公式,为弹体稳定性、装药安定性及引信设计提供了理论基础。基于动态球形空腔膨胀理论得到的阻力函数理论公式在预测过载时程曲线方面比半经验半理论公式更加准确。

参考文献(References)

[1] 张若棋, 汤文辉, 赵国民, 等. 长杆射弹侵彻三种混凝土靶的实验研究[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(5): 22 – 25.
ZHANG Ruoqi, TANG Wenhui, ZHAO Guomin, et al. Experimental study of the long rod projectile penetrating three kinds of concrete targets [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2004, 26(5): 22 – 25. (in Chinese)

[2] 李进忠, 蔡汉文, 崔秉贵, 等. 混凝土侵彻的工程计算模型[J]. 兵工学报, 1995, 16(4): 86 – 88.
LI Jinzhong, CAI Hanwen, CUI Binggui, et al. An engineering calculation model for the penetration in concrete targets [J]. Acta Armamentarii, 1995, 16(4): 86 – 88. (in Chinese)

[3] 武海军, 黄风雷, 王一楠. 高速弹体非正侵彻混凝土试验研究[C]//第八届全国爆炸力学学术会议文集, 吉安, 2007: 488 – 494.
WU Haijun, HUANG Fenglei, WANG Yinan. Experimental research on high-velocity penetration into concrete targets[C]// Proceeding of the 8th Chinese Conference on Explosion Mechanics, Ji'an, 2007: 488 – 494. (in Chinese)

[4] 马爱娥, 黄风雷. 弹体斜侵彻钢筋混凝土的试验研究[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(6): 482 – 486.
MA Aie, HUANG Fenglei. Experimental research on oblique penetration into reinforced concrete [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(6): 482 – 486. (in Chinese)

[5] 吕中杰, 徐钰巍, 黄风雷. 弹体斜侵彻混凝土过程中的方向偏转[J]. 兵工学报, 2009, 30(s2): 301 – 304.
LYU Zhongjie, XU Yuwei, HUANG Fenglei. Transverse deflection of projectile obliquely penetrating into concrete[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(s2): 301 – 304. (in Chinese)

[6] 王可慧, 宁建国, 李志康, 等. 高速弹体非正侵彻混凝土靶的弹道偏转试验研究[J]. 高压物理学报, 2013, 27(4): 561 – 566.
WANG Kehui, NING Jianguo, LI Zhikang, et al. Ballistic trajectory of high-velocity projectile obliquely penetrating concrete target [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2013, 27(4): 561 – 566. (in Chinese)

[7] Forrestal M J, Luk V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid [J]. Journal of Applied Mechanics, 1988, 55(2): 275 – 279.

[8] Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. International Journal of Solids and Structures, 1997, 34(31/32): 4127 – 4146.

[9] Forrestal M J, Altman B S, Gargile J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. International Journal of Impact Engineering, 1994, 15(4): 395 – 405.

[10] Chen X W, Li Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics [J]. International Journal of Impact Engineering, 2002, 27(6): 619 – 637.

[11] Li Q M, Reid S R, Wen H M, et al. Local impact effects of hard missiles on concrete targets[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005, 32(1/2/3/4): 224 – 284.

[12] Li Q M, Chen X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete targets impacted by rigid projectiles [J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(1): 93 – 116.

[13] Wen H M. Predicting the penetration and perforation of targets struck by projectiles at normal incidence [J]. Mechanics of Structures and Machines, 2002, 30(4): 543 – 577.

[14] Wen H M, Yang Y. A note on the deep penetration of projectile into concrete [J]. International Journal of Impact Engineering, 2014, 66(4): 1 – 4.

[15] Teland J A, Sjol H. Penetration into concrete by truncated projectiles [J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, 30(4): 447 – 464.

[16] 吴昊, 方秦, 龚自明, 等. 考虑刚性弹弹头形状的混凝土(岩石)靶体侵彻深度半理论分析[J]. 爆炸与冲击, 2012, 32(6): 573 – 580.
WU Hao, FANG Qin, GONG Ziming, et al. Semi-theoretical analyses for penetration depth of rigid projectiles with different nose geometries into concrete (rock) targets [J]. Explosion and Shock Waves, 2012, 32(6): 573 – 580. (in Chinese)

[17] 彭永, 方秦, 吴昊, 等. 不同头部形状弹体侵彻混凝土靶体的终点弹道参数分析[J]. 兵工学报, 2014, 35(s2): 128 – 134.
PENG Yong, FANG Qin, WU Hao, et al. Theoretical analyses for terminal ballistic of the projectiles with different nose geometries penetrating into concrete targets [J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(s2): 128 – 134. (in Chinese)

[18] 宁建国. 爆炸与冲击力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 298 – 300.
NING Jianguo. Explosion and impact mechanics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 298 – 300. (in Chinese)

[19] 石志勇, 汤文辉, 赵国民, 等. 长杆射弹对钢纤维混凝土靶开坑特性的实验研究[J]. 国防科技大学学报, 2004, 26(5): 26 – 29.
SHI Zhiyong, TANG Wenhui, ZHAO Guomin, et al. Experimental study of the crater performance about the long rod projectile penetrating steel fiber reinforced concrete target [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2004, 26(5): 26 – 29. (in Chinese)

[20] Chen X W, Fan S C, Li Q M. Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid projectile [J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, 30(6): 617 – 637.