国 防 科 技 大 学 学 报
第21卷 第2期 JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY Vol.21 No.2 1999

具有节点失效的网络可靠度的信息交互算法*

武小悦 张维明 沙基昌

(国防科技大学系统工程与数学系 长沙 410073)

摘 要 提出了一种用于计算具有节点失效的网络可靠度的新计算方法。该算法依据不交化代数及协同计算的思想, 采用节点信息义互的方法直接获得网络的不交化最小路集。算法简便易行, 具有分布计算的特点, 为大型网络系统的可靠性度计算提供了一种新的途径。

关键词 网络可靠度, 协同计算, 算法, 最小路集

分类号 O213.2

Information Exchanging Algorithm for Reliability of Network with Node Failure

Wu Xiaoyue Zhang Weiming Sha Jichang

(Department of Systems Engineering and Mathematics, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract A new algorithm for computing reliability of network with node failure is presented in this paper. Based on the principle of disjoint algebra and synergetic computing, the disjoint minimal path set is gotten directly by means of node information exchanging. The algorithm is simple and characterized by distributed computing. It provides a new approach to computing reliability of large scale network.

Key words network reliability, synergetic computing, algorithm, minimal path set

网络系统的可靠性有多种含义, 端端可靠度是指给定的两个节点能正常连通的概率, 反映了网络的连通性, 因此一直受到人们的关注, 对此已提出了许多算法[1]。应用较多的是基于最小路集的算法, 该算法一般是先求出网络系统的最小路集, 然后再用容斥定理或不交化方法计算系统的可靠度[2]。但对大型网络系统, 由于最小路数量很多, 路的长度长, 不交化计算量仍很大, 使得网络可靠度的计算较为困难, 较好的途径是直接求解不交化最小路。S. H. Ahmad[2,3]提出了一种直接生成网络系统不交化最小路集的算法, 该算法通过逐步构造树枝, 沿树枝直接求得网络系统的不交化最小路集, 具有较高的计算效率。修正的 Dotson 算法也是一种有效的方法[1]。对于考虑节点也会失效的可靠度计算问题, 目前一般的处理方法是先将问题化简为无节点失效的等价问题, 求出最小路集的表达式后再通过扩展归并等布尔运算还原为原问题的解[4]。这种方法的计算量会随着网络中边的数量迅速增大。最近, W. Ke 和 S. Wang 提出了一种分解算法[5], 但实现该算法需较多的内存空间。作者认为, 网络可靠度的计算应充分利用网络计算的特点进行。本文依据不交化代数和网络计算的思想, 采用网络节点信息交互的方法, 提出了一种直接求网络不交化最小路集的算法, 较充分地体现了网络计算的特点。为大型网络系统的可靠性分析提供了一种新的途径。

1 计算原理

在网络系统中, 最小路意味着一条从始端到终止端的无重复边和节点的通路。经典的最小路法需求出网络的全部最小路集再进行集中各最小路的不交化。将最小路集不交化后, 得到的表示不交最小路的布尔逻辑式中一般包含有节点或边的非变量, 两条最小路不交蕴含它们的逻辑式中必含有互斥的逻辑变量。因此启发我们可以有这样的思路来构造网络系统的不交最小路: 从始 (源) 节点出发前进, 遇到

* 国家部委基金资助项目
1998年6月30日收稿
第一作者: 武小悦, 男, 1963年出生, 副教授

分支时, 只要能引入恰当的互斥量, 并保持路集分支的完全性, 当沿不同分支到达汇 (终) 节点时, 就可构成网络系统的不同最小路, 且相互不交。可将上述不交化过程用系统信息流动的观点予以认识: 设想网络系统为一个信息处理系统, 网络中的每一个节点可以看作是一个局部信息处理与转发单元, 网络的各条边可以看作是单元信息连通的链路。信息从网络始端向末端发送流动。在信息的转发与变换过程中各单元协同完成网络系统不交化最小路的生成。这种网络计算思想同现代系统科学的协同计算[6]、神经网络计算、自动器网络模型[6]的观点是相一致的。依据这种观点, 我们提出具有节点失效的网络系统可靠度计算的信息交互算法。我们考虑如下网络系统中节点 n_1– n_2端端可靠度计算问题说明这一思想。

从图1及不交化代数原理可得: 表示节点 n_1– n_2连通成功的事件为:

$$F(n_1, n_2, n_3, A, B, a, b) = n_1 A n_3 (a + b) n_2 + n_1 B n_2$$

$$= n_1 A n_3 (a + \bar{a}b) n_2 + n_1 \bar{A} B n_2 + n_1 A \bar{n}_3 B n_2 + n_1 A n_3 \bar{a}\,\bar{b} B n_2$$

上述结果可解释为: 从节点 n_1 出发任取一边 A 分枝, 则 $n_1 A n_3 (a + \bar{a}b) n_2$, $n_1 \bar{A} B n_2$可看作沿不同路径扇出分枝不交化的项, $n_1 A n_3 \bar{a}\,\bar{b} B n_2$可看作由节点3完成分枝后, 沿原路径 A 退回节点 n_1, 再沿边 B 到节点 n_2产生的项 $n_1 A \bar{n}_3 B n_2$可看做是由节点 n_3沿原路径反射回 n_1 节点, 再沿 B 到节点 n_2产生的项。

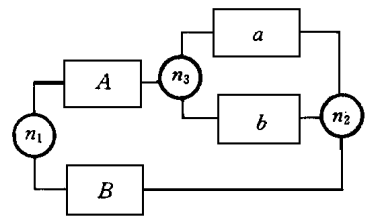


图1 网络系统示例 (1)

Fig. 1 Example of network system (1)

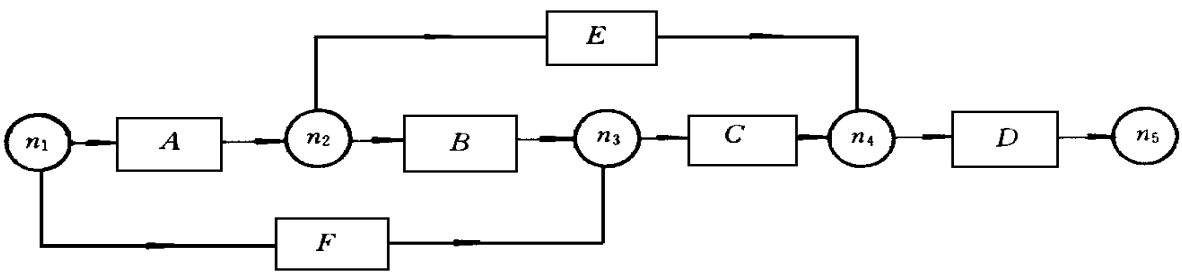


图2 网络系统示例 (2)

Fig. 2 Example of network system (2)

2 节点信息交互算法

设网络系统的节点集为 $V = \{v_i\}_{i=1}^{n}$, 边集为 $E = \{e_j\}_{j=1}^{m}$, 且有映射 Ψ: $E \to V \times V$, $\Psi(e_j) = (v_k, v_l)$ 表示 v_k 与 v_l 分别为有向边 e_j 的始端与末端节点。对节点 $v_i \in V$ 定义如下符号:

$$IE_i = \{e_j \mid \Psi(e_j) = (v_k, v_i), j = \overline{1, m}, v_k \in V, e_j \in E\}$$

$$OE_i = \{e_j \mid \Psi(e_j) = (v_i, v_k), j = \overline{1, m}, v_k \in V, e_j \in E\}$$

设每一节点信息元集 IS_i, $m \in IS_j$ 具有形式 $e_{i_1}^* e_{i_2}^* \cdots e_{i_w}^*$, $e_{i_j}^* \in \{1, n_{i_j}, \bar{n}_{i_j}, e_{i_j}, \bar{e}_{i_j}\}$。我们规定: $1 e_{ij}^* e_{ij}^* 1 = e_{ij}^*$, 且 e^* 之间满足布尔代数运算法则。信息交互算法步骤如下:

(1) 令 $IS_i = \{\Phi\}$, $\forall v_i \in V$, $v_i \neq v_1$, 且 $IS_1 = \{n_1\}$.

(2) $\forall v_i \in V$, $v_i \neq v_n$ (末端节点), $\forall m \in IS_i$, 依 OE_i 中各边的既定次序 (可在算法开始前指定) 扫描其每条边。

[1] 求当前 m 对 OE_i 的发送边集。对 OE_i 中的边 e, 若 m 中已有项 $e \in OE_i$ 或其中有一项 $e^* = \bar{e}$, 则 e 不列入发送边集, 否则为发送边集的元。

④取发送边集的第一条边为 e_1, 则向其另一端节点 n_{d_1}发送信息 $me_1 n_{d_1}$, 并写入该节点的 IS 集。设

第二条发送边为 e_2，则向其另一端节点 n^{d_2} 发送信息 $m\bar{e}_1 e_2 n^{d_2}$，并写入该节点的 IS 集，…，设共有 t 条发送边，共完成 t 条发送边的操作。

㈣设在 m 中由右向左的属于 IE_i 的不带上划线的第一条边为 e_k，则向其另一端节点 n_{d_k} 发送信息 $m\bar{e}_1\bar{e}_2\cdots\bar{e}_l n^{d_k}$ 及 m^*，m^* 为将 m 中的 n_i 取反得到的信息元。

¼ 当对 m 完成全部上述操作后，从 IS_i 中删除 m（若 m 无发送边，则可直接从 IS_i 中删除 m）。

(3) 反复进行 (2)，直到对所有 $v_i \in V$ 都有 $IS_i = \not\subset$ 为止。

(4) 节点 v_n 的 IS_n 集即为网络系统的不交化最小路集。

表1 图2网络系统的不交化最小路集计算过程

Tsb. 1 Computing process for disjoint minimal path set of network system in Fig. 2

节拍	IS_1	IS_2	IS_3	IS_4	IS_5
0	n_1	$\not\subset$	$\not\subset$	$\not\subset$	$\not\subset$
1	$\not\subset$	$n_1 A n_2$	$n_1\bar{A}Fn_3$	$\not\subset$	$\not\subset$
2	$n_1 A n_2 E\bar{B}$，$n_1 A n_2$ $n_1\bar{A}Fn_3\bar{C}$，$n_1\bar{A}F\bar{n}_3$	$\not\subset$	$n_1 A n_2 E B n_3$	$n_1 A n_2 E n_4$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4$	$\not\subset$
3	$\not\subset$	$n_1 A n_2 E n_4 D$， $n_1 A n_2 E\bar{n}_4$ $n_1 A n_2 E B n_3 C$ $n_1 A n_2 E\bar{B} n_3$	$n_1 A n_2 E B F n_3$ $n_1 A\bar{n}_2 F n_3$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4 D$ $n_1\bar{A}Fn_3 C\bar{n}_4$	$n_1 A n_2 E B n_3 C n_4$	$n_1 A n_2 E n_4 D n_5$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4 D n_5$
4	$n_1 A n_2\bar{E}\bar{B}Fn_3\bar{C}$ $n_1 A n_2\bar{E}\bar{B}F\bar{n}_3$ $n_1 A\bar{n}_2 F n_3\bar{C}$， $n_1 A\bar{n}_2 F\bar{n}_3$ $n_1 A n_2 E n_4 D\bar{B}$ $n_1 A\bar{n}_2 E n_4 D$ $n_1 A n_2 E\bar{n}_4 B$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4$	$\not\subset$	$n_1 A n_2\bar{E} B n_3 C\bar{n}_4$ $n_1 A n_2\bar{E} B n_2 C n_4\bar{D}$ $n_1 A n_2 E n_4\bar{D} B n_3$ $n_1 A n_2 E\bar{n}_4 B n_3$	$n_1 A n_2\bar{E}\bar{B}Fn_3 C n_4$ $n_1 A\bar{n}_2 F n_3 C n_4$	$n_1 A n_2 E n_4 D n_5$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A n_2\bar{E} B n_3 C n_4 D n_5$
5	$\not\subset$	$n_1 A n_2 E n_4\bar{D} B n_3\bar{C}$ $n_1 A n_2 E\bar{n}_4\bar{D} B\bar{n}_3$ $n_1 A n_2 E\bar{n}_4 B n_3\bar{C}$ $n_1 A n_2 E n_4 B\bar{n}_3$	$n_1 A n_2 E B F n_3 C n_4$ $n_1 A n_2 E B F n_3 C n_4$ $n_1 A\bar{n}_2 F C n_4 D$ $n_1 A\bar{n}_2 F C\bar{n}_4$ $n_1 A n_2 E n_4\bar{D}\bar{B}Fn_3$ $n_1 A\bar{n}_2 E n_4\bar{D} F n_3$ $n_1 A n_2 E\bar{n}_4\bar{B}Fn_3$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4 F n_3$	$n_1 A n_2 E_4\bar{D} B n_3 C$	$n_1 A n_2 E n_4 D n_4$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A n_2 E B n_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A n_2\bar{E}\bar{B}Fn_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A\bar{n}_2 F n_3 C n_4 D n_5$
6	$n_1 A n_2 E n_4\bar{D}\bar{B}Fn_3\bar{C}$ $n_1 A n_1 E n_4 D B F\bar{n}_3$ $n_1 A\bar{n}_2 E n_4 D F n_3\bar{C}$ $n_1 A\bar{n}_2 E n_4 D F\bar{n}_3$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4 B F n_3\bar{C}$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4 B F\bar{n}_3$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4 F n_3\bar{C}$ $n_1 A\bar{n}_2 E\bar{n}_4 F\bar{n}_3$	$\not\subset$	$\not\subset$	$n_1 A n_2 E n_4\bar{D}\bar{B}Fn_3 C$ $n_1 A\bar{n}_2 E n_4 D F n_3 C$	$n_1 A n_2 E n_4 D n_5$ $n_1\bar{A}Fn_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A n_2 E B n_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A n_2 E B F n_3 C n_4 D n_5$ $n_1 A\bar{n}_2 F n_3 C n_4 D n_5$

由于在算法过程中，m 的互斥项不断增多，故其发送边集会逐步减少，从而必在有限步内有 $IS_i =$

$\not\subset$ ，$\forall v_i \in V$，$v_i \neq v_n$，使算法终止。

在上述过程的每一步中，末端节点v_n的$m \in IS_n$都代表网络的一条不交化最小路。因此在计算网络系统的可靠度时，不必等求出不交化最小路集的所有元就可直接进行网络可靠度的累加计算。v_n每收到一条m信息，就计算m对应的可靠度，并对可靠度相继累加。

算法的求解过程是一个信息在各网络节点之间不断转发和处理的过程。网络各节点的信息处理仅为局部行为，具有分布计算的特点。每个节点作为一个网络分布处理单元，通过单元之间的信息交互完成不交化最小路的求解，可以采用分块进行分布处理，由V的剖分集诱导出相应的子网络，各子网络之间再进行分布处理。上述算法还有节省存储空间的特点。首先不必像邻接矩阵法[2]那样占用大量的内存进行矩阵运算。其次，所有路径信息都进行局部化存储，由于信息在不断流动和发送消失，所以不会在系统中始终累积(除末端节点外)。若在终点v_n直接进行可靠性计算，则可避免末端信息元的累积，使所占用的存储单元更少。本算法避免了先求无节点失效的网络的最小路集，再进行节点展开不交化的过程[4]，使对节点失效的考虑直接嵌入到计算过程中，提高了计算效率。

3 算例

考虑图2所示网络系统[2]中$n_1 - n_5$的可靠度计算，不交化最小路集的生成过程如表1。

4 结论

大型复杂网络系统的可靠性分析一般在计算实现上较为困难。本文充分利用了网络计算的特点，直接求解网络的不交化最小路集，避免了大量的不交化操作，并将对节点失效的考虑自然嵌入在计算过程中。算法具有分布性，体现了协同计算的思想，为计算大型网络系统的可靠度提供了新的思路和方法。

参考文献

1 Yoo Y B, Deo N. A comparison of algoirithms for terminal pair reliability. IEEE Trans. Reliability, 37 (2): 210～215

2 梅启智，廖炯生，孙惠中编著。系统可靠性工程基础。北京：科学出版社，1987: 76～110

3 Ahmad S H. A simple techmique for computing network reliability. IEEE Trans. Reliability, 1982, 30 (1): 41～44

4 Aggarwal K K, Gupta J S, Misra K B. A simple method for reliability evaluation of a communication system. IEEE Trans. Communication, 1975, 23: 563～566

5 Ke W J, Wang S D. Reliability evaluation for distributed computing network with imperfect nodes. IEEE Trans. Reliability, 1997, 46 (3): 342～349

6 Haken H 著. 协同计算机和认知—神经网络的自上而下方法. 杨家本译. 北京：清华大学出版社，广西科学技术出版社，1994: 1～5

7 谭跃进，高世辑，周曼殊编著. 系统学原理. 长沙：国防科技大学出版社，1996: 260～289