飘浮式空间机器人路径规划的全局最优解析解*

张青斌　唐乾刚　孙世贤

(国防科技大学航天技术系　长沙　410073)

摘　要　本文根据刚体螺旋运动的特点, 利用旋转矩阵构造出评价载体姿态变化的目标函数; 采用 Vafa 等人的“虚机械臂”模型简化计算; 利用动量矩守恒的假设条件及完成抓取固定目标时的几何位形关系, 得到微分约束和边界约束。提出机械臂“周期运动”寻优法, 从而得到全局优化的近似解析解。

关键词　空间机器人, 路径规划, 全局优化

分类号

Analytic Solution of Global Path Planning for Space Free-flying Robotics

Zhang Qingbin　Tang Qiangang　Sun Shixian

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract　One of the most important problems in space based robotics is the disturbance to the satellite attitude caused by satellite mounted manipulators operation. In this paper the dynamic equations and conservation of angular momentum of a space manipulator system which are considered subject conditions are developed by using the "Virtual Manipulator Mode"; According to skew Matrix about skew motion of rigid body, we put out with a function to comment on the attitude change of rigid body; the we present a technique called "periods motion "to find an globally optimal path planning in form of analytic function solution.

Key words　space robotics, path planning, global optimization

随着航天技术的迅猛发展, 空间机器人广泛应用于卫星维修、回收及空间试验任务等方面[1]。在微重力环境下, 自由飘浮于太空的遥控机器人可以看为无根多体系统, 在机械臂的操作过程中, 由于空间无根多刚体系动力学与运动学的耦合, 各分体的相对运动, 必然引起载体卫星的姿态位置变化, 从而给控制及运动分析带来极大的困难[2]。然而通常情况下, 对卫星姿态都有特定要求, 并且卫星寿命主要决定于极为昂贵的姿态发动机燃料。因而寻求对载体姿态影响最小的路径规划, 具有重大的经济效益。Longman 等人提出空间机器人逆动力学的概念[3], 并指出其复杂性: Vafa 提出“虚拟机械臂”的概念[4], 即利用系统动量守恒的假设条件, 简化了方程; Torres 等人针对耗能少的路径规划, 提出“干扰图”法寻找局部优化解, 对于平面系统的机器人有较为直观的解释[5,6]; 日本学者 Hiroshi 在“干扰图法”的基础上提出迭代法[7], 可降低对机械臂运动对载体姿态的影响。但是, 上述路径规划只是局部优化, 而且在载体与机械臂的质量比较小时, 并不能保证算法的收敛。

1　载体姿态改变量的评价

如图 1 所示在载体卫星上建立边体坐标系 $\sum O$, 另建立惯性基 $\sum O'$, 从刚体螺旋运动的观点来看, $\sum O'$ 可以看作由 $\sum O$ 绕轴 $OP(e_1\ \ e_2\ \ e_3)$ 旋转 $\theta(\theta \in (-\pi, \pi])$ 得到, 坐标变换矩阵:

$$A = \exp\left(\begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix}\theta\right) = \exp\left(\begin{bmatrix} 0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 0 \end{bmatrix}\right) \quad (1)$$

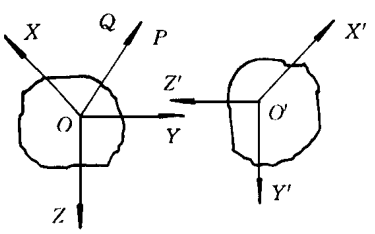


图 1　刚体姿态改变

Fig. 1　The attiaide change of rigid body

*　1998 年 5 月 21 日收稿
第一作者: 张青斌, 男, 1975 年生, 博士生

显然角度 θ 反应了坐标系变化量，据此，我们定义评价载体姿态变化的目标评价函数

$$f(A) = \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 = \theta^2 \tag{2}$$

2 约束方程

2.1 “虚机械臂”引入

考虑如图2所示由 n 个刚体组成的飘浮式的空间机器人。

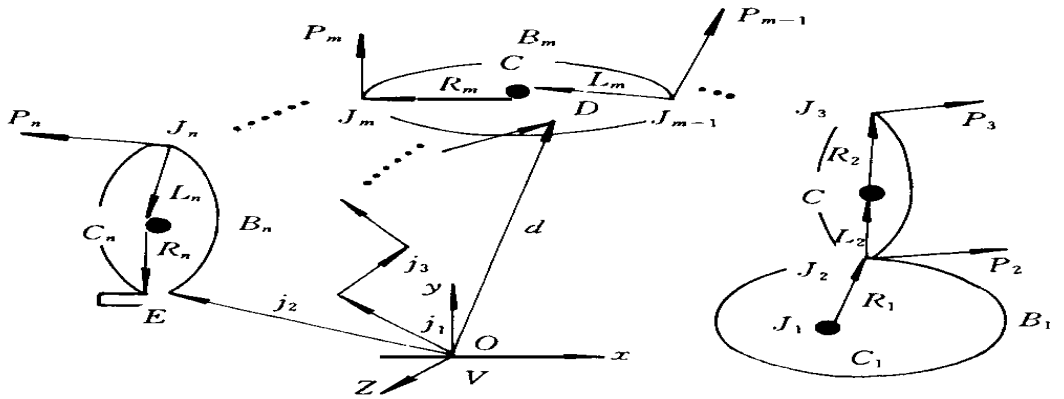


图2 开链系统空间机器人及其虚拟机械臂

Fig.2 An n link system and its end effector vm

图2中分体 B_i 的质量为 M_i，C_i 为其质心，铰 J_{i-1} 连接分体 B_{i-1} 与 $B_i(i = 2, 3, \cdots, n)$，铰 J_i 的方向矢量记 Pi，$R_i = (C_iJ_{i+1}(i = 1, 2, \cdots, n-1),$，$L_i = C_iJ_i(i = 1, 2, \cdots, n-1)$，“虚基”$VG$ 位于真实系统的总质心点 O 处，V_i 代表与真实系统中第 i 分体对应的虚拟机械臂，虚铰 j_i 对应于真实铰 J_i，且铰方向系统相同，矢量 OD 连接系统质心和第 m 分体上的 D 点，虚铰的铰分量与真实铰分量有恒定的比例关系，关于 D 点建立的“虚拟机械臂”系统与真实系统的几何关系[8]：

$$\begin{cases} V_1 = r_1 & \\ V_i = r_i + l_i & i < m \\ V_i = r_i + l_i - r_i + OD & i = m \\ V_i = r_i + l_i - r_i - l_i & i > m \end{cases} \tag{3}$$

其中：

$$r_i = R_i \sum_{j=1}^{i} \frac{M_j}{M_{tot}}, \quad l_i = l_i \sum_{j}^{i-1} \frac{M_j}{M_{tot}}, \quad M_{tot} = \sum_{j=1}^{n} M_j$$

2.2 抓取物体时的几何关系分析

建立关于机械臂端“虚机械臂”模型同地面机器人类似，在分体 B_i 建立连体坐标系 $\sum i$，在 VG 处(即系统质心)建立惯性坐标系 $\sum O$，$[F]^i$ 为矢量在坐标系 $\sum i$ 中表示的列向量，A_i^j 表示从坐标系 $\sum i$ 到 $\sum j$ 坐标系的变换矩阵，各转铰 j_i 分量为 $\Phi(T)(i = 2, 3, \cdots, n)$，载体姿态为 $\Theta(T)$，即

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \\ \phi_n(t) \end{bmatrix}, \quad \Theta(T) = \begin{bmatrix} \theta_1(T) \\ \theta_2(T) \\ \theta_3(T) \end{bmatrix} \tag{4}$$

由位形几何关系可得到

$$[d]^0 = [O(E)]^0 = \sum_{i=0}^{n} A_i^0 [Ve_i]^i = \sum_{i=0}^{n} \left(\prod_{k=1}^{i} A_k^{k-1}\right)[Ve_i]^i \tag{5}$$

将(4)式代入式(5)可得到

$$F(\Theta(T), \Phi(T)) = [d]^0 \tag{6}$$

2.3 微分约束方程

假设初时系统动量矩为0，在微重力环境不受外力的情况下，系统动量矩守恒。

$$\sum_{i=0}^{b}[I_i]^0[\bar{\omega}]^0 + [h_i(t)]^0 \times M_i[h_i(t)] = 0 \tag{7}$$

建立关于 B_i 分体的质心 C_i 的等价 "虚机械臂" 模型, 记为 $\mathrm{Mod}(i)$, 由式 (1), (3) 可知:

$$[\bar{\omega}]^0 = \begin{bmatrix}\theta_1(t)\\ \theta_2(t)\\ \theta_3(t)\end{bmatrix} + \sum_{j=1}^{i} A_j^0[P_j]^j \dot{\phi}(t) \qquad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{8}$$

$$[h_i(t)]^0 = [OC_i]^0 = \sum_{j=1}^{n} A_i^0[V_j^i]^j \tag{9}$$

$$[\dot{h}_i(t)]^0 = -\begin{bmatrix}0 & -h_3(t) & h_2(t)\\ h_3(t) & 0 & -h_1(t)\\ -h_2(t) & h_1(t) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_1(t)\\ \theta_2(t)\\ \theta_3(t)\end{bmatrix} + \sum_{j=1}^{n}\dot{A}_j^0[V_j^i]^j \tag{10}$$

$$\dot{A}_j^0 = \sum_{k=1}^{j} A_1^0 A_2^1 \cdots A_k^{k-1} D A_{k+1}^k A_j^{j-1}\dot{\phi}_k(t) \qquad (j = 2, 3, \cdots, n) \tag{11}$$

其中, $[V_j^i]^j$ 为 "虚拟机械臂" 模型 Mod (i) 中的分体 V_j 在连体坐标系 $\sum j$ 的列向量表示, $[P_i]^i$ 铰向量 p_i 在坐标系 $\sum i$ 的列向量表示。

将 (8～11) 式代入 (7) 式, 可得微分形式的约束方程

$$[Z_1(\Theta(t), Z_2(\Phi(t)]\begin{bmatrix}\dot{\Theta}(t)\\ \dot{\Phi}(t)\end{bmatrix} = 0 \tag{12}$$

3 全局优化解析解

根据以上推导, 空间机器人完成抓取任务时, 对载体卫星姿态影响最小的路径规划, 就是寻求函数 $\Phi(t) = (\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t))$, 在满足式 (6), (12) 的条件下, 便得 $f(A_1^0)$ 最小。我们假设全局优化的解析解为含有待定系数的自身周期运动与匀速运动的叠加, 其中可利用周期运动降低载体姿态的改变, 匀速运动完成抓取物体的任务要求, 即

$$\phi_n(t) = \alpha\sin(2\pi t/T) + t\phi_n(T) \tag{13}$$

对于平面二杆的空间机器人 (图 3), 由于动量矩守恒方程中不显含卫星姿态改变量, 方程中含未知量较小, 从而利用假设函数法, 求出近似解析解, 在图 3 中, $C_i(i = 1, 2, 3)$ 为分体质心, x 为姿态改变量, y_1, y_2 为铰变量, 矢量 d 为连接系统质心 O 和待抓目标, 利用虚机械臂理论, 得到动量矩守恒方程, 即约束微分方程

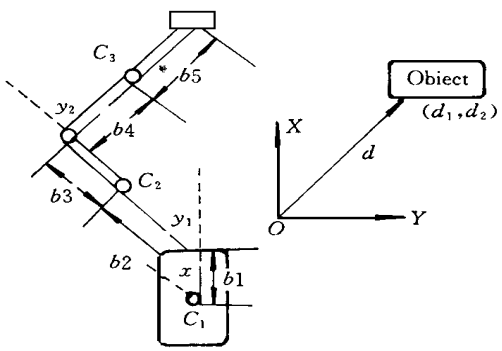


图 3 平面二杆机器人

Fig. 3 Two-limk plane maniplilator

$$f_1(y_1(t), y_2(t))\, x(t) + f_2(y1(t), y_2(t))\, y_1(t) + f_3(y_1(t), y_2(t))\, y_2(t) = 0 \tag{14}$$

边界条件

$$\begin{bmatrix}\cos(x) & \cos(x + y_1) & \cos(x + y_1 + y_2)\\ \sin(x) & \sin(x + y_1) & \sin(x + y_1 + y_2)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Ve^1\\ Ve^2\\ Ve^3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}d_1\\ d_2\end{bmatrix} \tag{15}$$

据 (1)、(2) 式得到非线性泛函形式的目标函数

$$f[x(t), y_1(t), y_2(t)] = \int_0^T x(t)\, x(t)\, \mathrm{d}t = x(T)^2 \tag{16}$$

设最优解析解:

$$\begin{cases} y_1(t) = a_1 \sin(2\pi t/T) + t y_1(T) \\ y_2(t) = a_2 \sin(2\pi t/T) + t y_2(T) \end{cases} \tag{17}$$

在数值计算中发现, 一般情况下完成任务后, x 都可恢复到原来状态, 而且存在多解, 例如对于如下参数, $M_1 = 9, M_2 = 1; M_3 = 1; 11 = 1; 12 = 1/3; 13 = 1/3; b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = 1; d = (2.5, 1.5)$; 初始值: $X(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0$; 最后结果为: $X(T) = 0.0001°, y_1(T) = -3.7°, y_2(T) = 103.6°$. 当 $a_1 \in [30, 50]$ 时, (a_1, a_2) 可存在无数解, 例如 $(30, -63.95)$, $(40, -53.85)$, $(45, 58.3)$ 等。这也符合非线性泛函的特点, 图4为其一个解; 而按日本学者的迭代法, 只可求出一个路径规划, 且 $x(T) = -3.5721°$. 图5为数值解。

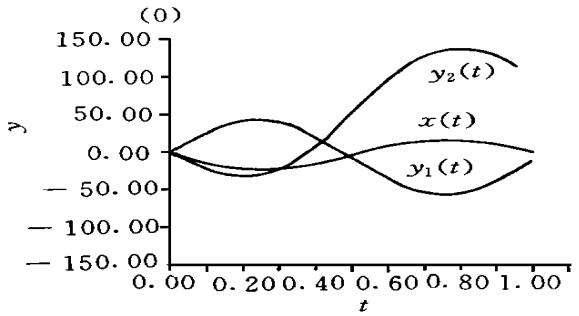


图4 全局优化解

Fig. 4 Solution of global optimiation

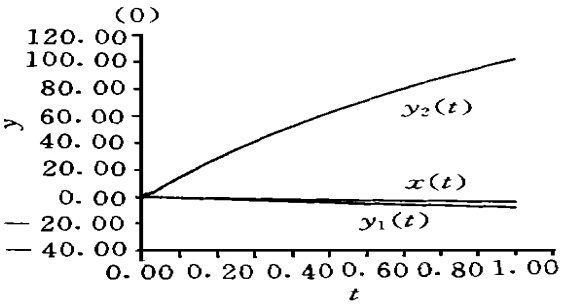


图5 数值解

Fig. 5 The numerical solution

从计算对比可知, 由于迭代算法是在各时间步长上寻求最佳操作路径, 因而最后得到的只是局部优化解, 其最终解与时间长及参数选择有关, 而且有时不收敛; 我们在整个操作过程引入周期运动, 通过待定系数法找到一种非线性泛函的解析解, 因而得到是全局优化解。

4 小结

本文在机械臂的控制运动中, 加入周期运动, 达到同时降低载体姿态变化量的目的; 但是缺乏严格的数学证明, 这也是由于非线性泛函造成的困难, 但计算表明, 可得到十分满意的结果, 算法有利于冗余系统的路径规划, 对于三维机器人运动控制也有很大的启发意义。

参考文献

1 Mark A B. Margaret M C. Alberta Q Requirements development for a free-flying robot. Proc. 1986 IEEE inter, conf. on Robotics and Automat, 1986

2 Dubowsky S. Evangelos Papadopouluos. The kinematics, Dynamatics, and controlof free-flying and freefloating space robotic systems. IEEE tr. Robotics and Automat, 1993: 9 (5)

3 Longman R. Lindberg R, Zedd M. Satilite-mounted robot manipulators-New kinematics and reation moment compensation. Int J. Robotics Res, 1987, 6 (3)

4 Vafa Z, Dubowsky S. On the dynamics of Manipulators in Space Using the Virtual Manipulator Approcah. Proc, 1987 IEEE inter., conf. on Robotics and Auto, 1987

5 Dubowsky S. Path planning for space manipulators to minimizes spacecarft attitude disturbances. Proc, 1991 IEEE, conf. on Robotics and Auto, 1991

6 Torres M. Minimizing Spacecraft Attitude Disturbances in Space Manipulator systems. Journal of Guidance, control and dynamics, 1992, 115 (4)

7 Okubo H. Path planning for Space Manipulators. Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and control conference, 1995

8 Vafa Z, Dubowsky S. On the Dynamics of Space Manipulators Using the Virtual Manipulator Systems. J of Astronautical Sciences, 1990, 38 (4)